① Día 1

Superficies racionales. $\mathbb{P}^2$

Encontrar estructuras para superficies que nos permitan comprender ejemplos y propiedades.

Superficies en $\mathbb{P}^3_k$. $\boxed{\text{Suaves, proyectivas, geométricamente íntegras.}}$

= tuanis.

Lugares geométricos definidos por polinomios omogéneos en 4 variables. a coeficientes en k.

grado de $X \subset \mathbb{P}^3_k$. $\qquad x_0^4 + x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 0$

grado 1. $\qquad a_0 X_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 = 0$

$$\Rightarrow X \simeq \mathbb{P}^2_k.$$

$$X(k) = \{ [y_0, \ldots, y_3] \in \mathbb{P}^3_k(k) \mid 0 = a_0 y_0 + a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3 \}$$

grado 2 $\qquad X = V(\text{pol. omog. grado } 2)$

formas cuadráticas.

diagonalizamos

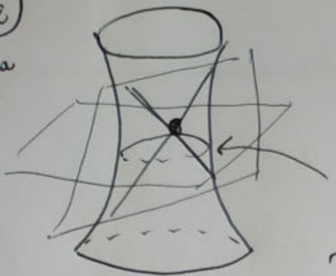
$$a_0 X_0^2 + a_1 X_1^2 + a_2 X_2^2 + a_3 X_3^2 = 0$$

si k es alg. cerrado, $\Rightarrow \quad xy = wz$.

$V(x, w) \subset V(xy - wz)$ más, contiene infinitas rectas.

2

Día 1



$\subset \mathbb{P}^3_k$

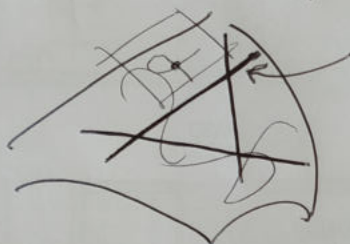
curva de grado 2

puede ser singular

$\Longrightarrow$ unión de 2 rectas.

grado 3   cúbica suave en $\mathbb{P}^3_k$.

contiene 27 rectas.



rectas ejemplos de (−1)-curvas.

Blow-up de una superficie en un punto produce otra superficie con una curva especial. es una (−1)-curva.

Iterando a partir de una cúbica obtenemos ~~o~~ o una ~~q~~ cuádrica o $\mathbb{P}^2_k$.

$$\begin{array}{c} Bl_p X \\ \downarrow \\ p \in X \end{array}$$