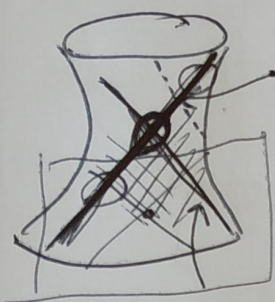


# ① $\mathbb{P}^2$ Superficies y producto de intersección.

$X$  superficie lucida

$C \subset X$  curva localmente,  $C$  es el lugar geométrico definido por una sola ecuación.

Ej.  $Q \subset \mathbb{P}^3$   $Q = V(xy - zw)$



$x=z=0$  recta  $V(x,z)$

$$\begin{cases} x=0 \\ xy=zw \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ zw=0 \end{cases}$$

$x=w=0$

Curvas reducidas, proyectivas, contenidas en superficies lucidas.

$X$  superficie lucida.

Def. El grupo de los divisores sobre  $X$  (o curvas) es el espacio vectorial real, con base en correspondencia con las curvas íntegras de  $X$ .

$$V(x) \subset Q$$

"

$$V(x,z) + V(x,y)$$

② Forma de intersección.

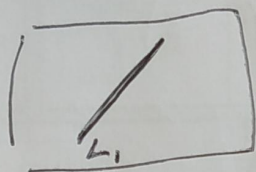
Intuición: Intersecamos curvas y contamos números de puntos de intersección.

$$\mathbb{P}_k^2 \supset L_1, L_2 \text{ rectas distintas.}$$

$$L_1 \cap L_2 = \{p\}.$$

$$L_1 \cdot L_2 = 1.$$

$L_1^2$



Grado de una Intersección de curvas en una superficie

es invariante por deformaciones utilizando la posibilidad de deformar las curvas, podemos extender el producto de intersección:

$$\mathbb{R}\langle \text{curvas/divisores } \subset X \rangle \times \mathbb{R}\langle \text{curvas} \rangle \rightarrow \mathbb{R}.$$

$\{(C, D) \mid C, D \text{ curvas, } C, D \text{ se pueden deformar a curvas sin componentes comunes}\}$

$$(C, D) \mapsto \text{grado}((\text{def } C) \cap (\text{def } D))$$

Producto intersección "casi" definido

Calcular producto se simplifica si podemos deformar las curvas.

③  
 Día 2 Deformar curvas en equivalencia lineal  
 $D, E \subset X$  divisores  $D \sim E$  linealmente  
 equivalente  $\Rightarrow D - E$  es el divisor de  
 los ceros menos el divisor de los polos de  
 una función racional  $X \rightarrow \mathbb{P}^1$ .

Calcular intersecciones

calcular equivalencias  
lineales.

Riemann-Roch

Secciones globales de  
fibrados lineales

Calcular Características de  
Euler de fibrados lineales

Grupos de cohomología  
de fibrado lineal

$$\begin{matrix} H^0(X, \mathcal{O}_X(D)) \\ H^1(X, \mathcal{O}_X(D)) \\ H^2(X, \mathcal{O}_X(D)) \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Riemann-Roch  $X$  sup. tuais  $D \in \text{im divisors}$   
sobre  $X$ .

$$\chi(X, \mathcal{O}_X(D)) = \frac{D^2 - K_X \cdot D}{2} + \chi(X, \mathcal{O}_X)$$

$C =$  curva de género 1.  $2g = 2$

$$y^2 z = x(x-z)(x+b)$$



divisor canónico  
de  $X$

$$[0, 1, 0], [1, 0, 1], [-1, 0, 1], [0, 0, 1]$$

~~$[0, 1, 0]$~~ ,  ~~$[1, 0, 1]$~~