Día 3

Producto de intersección

X superficie trans

$\operatorname{Div} X = \{$ comb. lineales finitas a coeff. en $\mathbb{R}$ de curvas/divisores íntegros $\}$

<u>Def / Teorema intersección</u> Existe un ~~cupo~~ producto de

$$- \cdot - : \operatorname{Div} X \times \operatorname{Div} X \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$(D, C) \longmapsto D \cdot C$$

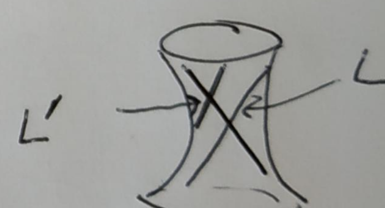
tal que:

1) Si D, C son curvas íntegras <u>distintas</u> $D \cdot C = \operatorname{gr}(D \cap C)$

2) bilineal

3) Si D, D' son linealmente equivalentes, entonces $E \times \mathbb{P}^1$ $D \cdot C = D' \cdot C$ por toda $C \in \operatorname{Div} X$.

<u>Ej.</u> $\underset{\cup}{Q} \overset{\cong \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1}{:}\ xy = wz \quad \subset \mathbb{P}^3_k$



$L : x = w = 0$

$L' : x = z = 0$

Calculamos L^2 $\qquad f = \dfrac{x}{z+w} : Q \dashrightarrow \mathbb{P}^1$

$$(f) = (x) - (z+w) = (L + L') - (\text{sección plana})$$

$L + L' \sim (\text{sección plana})$

$L \sim (\text{sección plana}) - L'$

$$L \cdot L = L(\text{sección plana} - L') =$$
$$= L \cdot (\text{sección plana}) - L \cdot L' = 1 - 1 = 0$$

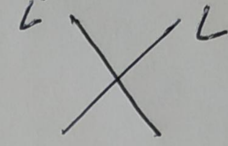
Día 3

K_X divisor canónico.

$Q : xy = zw \subset \mathbb{P}^3_k$.

$\cong$

$\mathbb{P}^1_k \times \mathbb{P}^1_k$ $\qquad K_{\mathbb{P}^1_k} \simeq -2(pt)$



$$K_Q \sim -2\left(\{pt\}\times\mathbb{P}^1_k + \mathbb{P}^1_k \times \{pt\}\right) = -2(\text{sección plana})$$

$$K_X : \operatorname{Div} X \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$D \longmapsto K_X \cdot D .$$

Superficie de del Pezzo: Superficie tuanis con divisor $-K_X$ amplio.

Equivalencia numérica: Dos divisores D, D' en X son numéricamente equivalentes si por cada curva $C \in \operatorname{Div} X$ vale $D \cdot C = D' \cdot C$.

Formamos el cociente por esta equivalencia.

Obtenemos

$$N^1(X)_{\mathbb{R}} = N_1(X)_{\mathbb{R}} = \operatorname{Div} X \Big/ \left(\text{equivalencia numérica}\right)$$

divisores $\qquad$ curvas $\qquad$ espacio vectorial de dimⁿ finita.

Cono de ~~de~~ las curvas

$$NE(X) \subset N_1(X)_{\mathbb{R}}$$
$$= \{[\text{comb. lin. a coeff. no-neg. de curvas en } X]\}.$$

③

Día 3

$\overline{NE}(X)$ = clausura de $NE(X)$ en $N_1(X)_{\mathbb{R}}$.

K_X: define forma lineal en el $N_1(X)_{\mathbb{R}}$.

emiespacio donde $K_X \cdot C > 0$

iper plano donde $K_X \cdot C = 0$

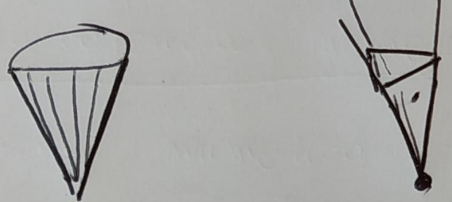
emiespacio donde $K_X \cdot C < 0$

Teorema del Cono

Def. Rayo extremal de un cono $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^N$

$R \subset \mathcal{C}$ subcono R t.q.

$\forall\, c, d \in \mathcal{C}$ $\quad c + d \in R \Rightarrow c$ y $d \in R$.



Teorema del Cono

X variedad tuanis

Existe una familia numerable de curvas íntegras $\{C_i\}_{i \in I}$ tal que:

$$\overline{NE}(X) = \overline{NE}(X)_{K_X \geq 0} + \sum_{i \in I} \mathbb{R}_{\geq 0}[C_i]$$

por cada $i \in I$:

1) C_i genera un rayo extremal de $\overline{NE}(X)$;

2) si $C \subset C_i$ es una componente geométricamente íntegra $\Rightarrow$ $0 < -K_X \cdot C \leq \dim X + 1$.