



SMR/402 - 21

COLLEGE ON SOIL PHYSICS
9 - 27 October 1989

"Caractérisation Hydrodynamique des Sols: Analyse
Simplifiée des Essais de Drainage Interne"

M. VAUCLIN
Institut de Mécanique de Grenoble
C.N.R.S.
Saint Martin d'Hères
France

Please note: These are preliminary notes intended for internal distribution only.

Caractérisation hydrodynamique des sols : analyse simplifiée des essais de drainage interne

Michel VAUCLIN & Georges VACHAUD

Institut de Mécanique de Grenoble, C.N.R.S., B.P. 68, F 38402 Saint-Martin-d'Hères

RÉSUMÉ

On présente une méthode simple d'analyse des essais de drainage interne classiquement utilisés au champ pour déterminer les propriétés de conduction et de rétention des sols partiellement saturés en eau.

La résolution de l'équation unidirectionnelle verticale des transferts avec l'hypothèse du gradient de charge hydraulique constant dans le temps, couplée à une description des cinétiques de redistribution, par des fonctions puissance du temps, conduit à des expressions analytiques simples de la conductivité hydraulique et de la pression en fonction de l'humidité. La comparaison à des mesures *in situ* effectuées sur 5 sols de caractéristiques très différentes montre l'applicabilité et la bonne précision de la méthode. Outre sa facilité de mise en œuvre, son intérêt réside également dans la possibilité d'estimer, de façon simple, les incertitudes associées aux calculs de ces paramètres.

Mots clés additionnels : *Redistribution, conductivité hydraulique, méthode des profils instantanés, analyse d'erreurs.*

SUMMARY

Determination of soil hydraulic properties : simplified analysis of internal drainage experiments.

A simple method is presented for determining the hydraulic properties of unsaturated soil from *in situ* classical internal drainage experiments. Analytical expressions for calculating hydraulic conductivity and water pressure as functions of water content were derived from the solution of the one-dimensional vertical moisture flow equation with the assumption of a time-constant hydraulic gradient, and by employing power functions to describe the measured variations of water content and pressure head with time during the redistribution period. Comparison with field measurements obtained on 5 different soils showed the applicability and the accuracy of the method. In addition, the method was very simple to implement and allowed easy estimation of errors associated with the prediction of soil properties.

Additional key words : *Redistribution, hydraulic conductivity, instantaneous profiles method, error analysis.*

I. INTRODUCTION

La connaissance des propriétés hydrodynamiques d'un sol non saturé est importante dans de nombreuses applications. Elle est utilisée pour estimer les flux d'eau à différentes profondeurs en vue notamment d'effectuer des bilans hydriques et minéraux.

Elle constitue un préalable indispensable à toute modélisation mécaniste de type déterministe ou stochastique des transferts de masse dans la zone non saturée. Une méthode *in situ* classiquement utilisée est celle du drainage interne, au sens de HILLEL *et al.*, 1972. Rappelons brièvement qu'il s'agit d'analyser la redistribution de l'eau dans un profil vertical de sol, après une humidification par un apport d'eau à sa surface, à l'aide d'infiltromètres simple ou double-

anneaux ou de simulateurs de pluie. La méthode des profils instantanés (ROSE *et al.*, 1965 ; VACHAUD *et al.*, 1978) appliquée aux mesures d'humidité et de charge hydraulique permet alors d'obtenir, à différentes profondeurs, les caractéristiques hydrodynamiques du sol considéré : relations entre la pression, la teneur volumique en eau et la conductivité hydraulique.

L'acquisition des données et le traitement des informations, effectués manuellement, s'avèrent souvent longs et fastidieux, et peuvent devenir rédhibitoires lorsque ces essais sont réalisés en routine pour appréhender systématiquement les caractéristiques hydrodynamiques des sols et leur variabilité spatiale. De plus, cette méthode ne permet une estimation des erreurs associées (trop rarement effectuée à notre avis) qu'au prix de longs calculs.

L'objet de cet article est de présenter une méthode

simplifiée d'analyse d'essais de drainage interne et d'en discuter les avantages et les limites.

II. THÉORIE

Rappelons que l'écoulement vertical (hypothèse H1) d'eau pure dans un sol nu, partiellement saturé en eau est classiquement décrit par les équations.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (1a)$$

$$q = - K(\theta) \cdot \frac{dH}{dz} \quad (1b)$$

où t est le temps, z la profondeur, l'axe Oz étant orienté positivement vers le bas, l'origine confondue avec la surface, q le flux volumique, $K(\theta)$ la conductivité hydraulique qui est fonction de la teneur volumique en eau θ et H la charge hydraulique définie par :

$$H = h(\theta) - z \quad (1c)$$

où $h(\theta)$ est la pression effective de l'eau.

L'intégration de l'équation de conservation de la masse (eq. 1a), entre la surface ($z = 0$) est une profondeur quelconque $z = L$ à laquelle on souhaite déterminer les propriétés hydrodynamiques $h_L(\theta)$ et $K_L(\theta)$ du sol, conduit à :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^L \theta dz = - (q_L - q_0). \quad (2a)$$

Lors d'un essai de drainage interne, faisons les hypothèses suivantes :

H2 : le flux d'eau q_0 à la surface est nul (couverture du sol afin d'empêcher l'évaporation et la pénétration des pluies éventuelles).

H3 : l'écoulement est gravitaire à $z = L$: le gradient de charge hydraulique dH/dz vaut en permanence -1 et d'après l'équation (1b)

$$q_L = K_L(\theta). \quad (2b)$$

H4 : l'évolution dans le temps de la teneur volumique en eau moyenne sur la tranche de sol d'épaisseur L définie par :

$$\bar{\theta}_0^L(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \theta dz \quad (2c)$$

est liée à celle de la teneur volumique en eau à la cote L , $\theta_L(t)$ par une relation de la forme

$$\bar{\theta}_0^L(t) = a\theta_L(t) + b \quad (2d)$$

où a et b sont indépendants du temps.

Ces hypothèses sont utilisées également dans l'approche de LIBARDI *et al.* (1980). Certaines (H1, H2) peuvent être plus ou moins bien maîtrisées par l'utilisateur, d'autres (H3, H4) doivent être validées. L'introduction des équations (2b), (2c) et (2d) dans

l'équation (2a) avec $q_0 = 0$ (hypothèse H2) conduit à :

$$K_L(\theta) = - La \frac{\partial \theta_L}{\partial t}. \quad (3)$$

De plus, admettons (hypothèse H5) comme CHONG *et al.* (1981) qu'à la profondeur L , les évolutions temporelles de la teneur volumique en eau θ_L , et la pression h_L sont de la forme suivante :

$$\theta_L = \alpha t^\beta \text{ avec } \alpha > 0, \beta < 0 \quad (4a)$$

$$h_L = \gamma t^\delta \text{ pour } h_L \leq h_{ca} \text{ avec } \gamma < 0, \delta > 0 \quad (4b)$$

où h_{ca} est la pression d'entrée d'air du sol considéré. La combinaison des équations (3) et (4a) donne alors :

$$K_L(\theta) = - La \alpha \beta t^{\beta-1}. \quad (5)$$

La détermination des fonctionnelles décrivant les propriétés hydrodynamiques du sol considéré à la profondeur L s'effectue alors très simplement par élimination du temps t entre les équations 4a, 4b et 5 prises deux à deux, soit :

• Relation conductivité hydraulique — teneur en eau (eqs. 4a et 5)

$$K_L(\theta) = - La \alpha^{1/\beta} \beta \theta^{(\beta-1)/\beta}. \quad (6)$$

• Relation conductivité hydraulique — pression (eqs. 4b et 5)

$$K_L(h) = - La \alpha \beta \left(\frac{h}{\gamma} \right)^{(\beta-1)/\delta} \text{ pour } h \leq h_{ca}. \quad (7)$$

• Relation pression — teneur en eau (eqs. 4a et 4b)

$$h_L(\theta) = \gamma \alpha^{-\delta/\beta} \theta^{\delta/\beta} \text{ pour } h \leq h_{ca}. \quad (8)$$

La pression d'entrée d'air correspondant à la saturation naturelle θ_0 du profil, mesurée en régime permanent d'infiltration peut être obtenue par la résolution des équations 4a et 4b pour $\theta = \theta_0$, soit

$$h_{ca} = \gamma \alpha^{-\delta/\beta} \theta_0^{\delta/\beta}. \quad (9)$$

On notera que les équations (6) et (8) permettent également d'obtenir la diffusivité capillaire ($D_L(\theta) = K_L(\theta) dh_L/d\theta$) :

$$D_L(\theta) = - La \alpha^{(1-\delta)/\beta} \gamma \delta \theta^{(\delta-1)/\beta}. \quad (10)$$

Sous réserve de l'évaluation de la pertinence de ces hypothèses, l'analyse des données expérimentales obtenues lors d'un tel essai apparaît donc très simple : elle se ramène d'après les équations 4a et 4b à l'établissement de régressions linéaires ($\ln \theta_L - \ln t$; $\ln h_L - \ln t$) dont les coefficients sont directement introduits dans les expressions (6), (7), (8) ou (10). Enfin, puisque la formule (6) ne contient que des paramètres relatifs à l'humidité, l'utilisation du seul humidimètre neutronique suffit pour déterminer la conductivité hydraulique.

TABLEAU 1

Caractéristiques des essais de drainage interne considérés. ρ_d est la masse volumique sèche ; d_i et d_e sont les diamètres intérieurs et extérieurs des infiltromètres double-anneaux ; h_0 est la hauteur de la lame d'eau imposée à la surface du sol ; n est le nombre d'observations disponibles. θ_0 est la teneur en eau, en régime permanent d'infiltration. * Valeurs moyennes sur le profil.

Characteristics of the internal drainage tests considered. ρ_d is the dry bulk density ; d_i and d_e are the inner and outer diameters of the double-ring infiltrimeters ; h_0 is the ponded water depth imposed at the soil surface ; θ_0 is the volumetric water content in steady-state regime ; n is the number of available observations. * Average values along the profile.

Sites	Sol		Infiltration			Drainage		
	Texture* %	ρ_d * (cm ³ /g)	Mode d'apport	Lame (mm)	Durée (mn)	θ_0 cm ³ /cm ³	Durée (h)	n
Séville-Espagne (1)	A : 24	1,42	$d_i = 40$ cm $d_e = 160$ cm flux	120	110	0,26	166	7
	L : 10,5							
	S : 65,5							
Mornag-Tunisie (2)	A : 27,7	1,64	$d_i = 40$ cm $d_e = 90$ cm $h_0 = 2,5$ cm	184	60	0,32	48	7
	L : 7,2							
	S : 65,1							
Bouaké-Côte-d'Ivoire (3)	A : 40	1,45	$d_i = 110$ cm $d_e = 225$ cm $h_0 = 1$ cm	110	60	0,34	308	
	L : 4,6							
	S : 55,4							
Thilmakha-Sénégal (4)	A + L : 3,8	1,50	$d_i = 50$ cm $d_e = 100$ cm $h_0 = 4$ cm	150	40	0,26	357	12
	SF : 1,5							
	SMG : 94,7							
Tottori-Japon (5)	A : 0	1,50	100 × 100 cm $h_0 = 1$ cm	non fournie	360	0,32	144	12
	L : 0							
	SF : 7							
	SMG : 93							

(1) MORENO *et al.*, 1983 ; (2) VACHAUD *et al.*, 1982 ; (3) VAUCLIN, 1978 ; (4) CISSE L., VACHAUD G., 1986 ; (5) CHO *et al.*, 1977.

III. ÉVALUATION DE LA MÉTHODE

Les résultats de plusieurs essais de drainage interne publiés par ailleurs servent ici de support à l'évaluation de cette méthode. Le tableau 1 présente quelques propriétés des sols considérés, les caractéristiques des essais d'infiltration réalisés, la durée pendant laquelle la cinétique de drainage a été observée et le nombre n de données neutroniques et tensiométriques disponibles à différentes profondeurs. Les sources bibliographiques indiquées renvoient à la liste de références.

Le tableau 2 présente les paramètres de la régression linéaire entre la teneur volumique en eau moyenne sur [O, L] et la teneur en eau mesurée aux profondeurs L (eq. 2d). Les résultats des ajustements statistiques des relations (4a) et (4b) aux observations de teneur volumique en eau et de pression d'eau respectivement sont reportés tableau 3. Un exemple est donné figures 1 et 2 pour le site de Séville à la profondeur L = 40 cm.

La connaissance des paramètres a , α , β , γ et δ à chaque profondeur permet de déterminer les expressions analytiques donnant les variations de la conductivité hydraulique (eq. 6) et de la pression (eq. 8) avec l'humidité. Les courbes ainsi obtenues sont données figures 3 et 4, à une profondeur pour chaque site. Les valeurs expérimentales correspondantes sont également reportées. Les conductivités hydrauliques ont été déterminées classiquement par la méthode des profils instantanés. Les couples pression-teneur en eau correspondent aux mesures neutroniques et tensiométriques simultanées. On notera que les teneurs volumiques en eau ont été normalisées (θ/θ_0) par leurs valeurs à satu-

TABLEAU 2

Paramètres des régressions linéaires : $\bar{\theta}_0^L = a\theta_L + b$.
 r^2 est le coefficient de détermination.

Parameters of the linear regressions : $\bar{\theta}_0^L = a\theta_L + b$.
 r^2 is the coefficient of determination.

Sites	Profondeurs (cm)	a	b	r^2
Séville	40	1,217	- 0,032	0,996
	70	1,146	- 0,015	0,992
Mornag	25	1,286	- 0,054	0,956
	65	1,567	- 0,125	0,976
Bouaké	37	0,895	0,032	0,952
	97	0,798	- 0,054	0,996
Thilmakha	50	1,085	0,007	0,956
	100	1,075	0,005	0,970
Tottori	40	0,796	0,012	0,992

ration naturelle θ_0 (voir tabl. 1) mesurées en régime permanent d'infiltration.

Les comparaisons entre valeurs calculées et mesurées, tout site et toute profondeur confondus sont données figure 5a et 5b pour la conductivité hydraulique et la pression respectivement.

L'ensemble de ces résultats appelle les commentaires suivants :

1. Il existe une très bonne relation linéaire entre les

TABLEAU 3

Paramètres des équations 4a et 4b du texte.
 r^2 est le coefficient de détermination.

Parameters of the equations 4a and 4b in the text.
 r^2 is the coefficient of determination.

Sites	Profondeurs (cm)	$\theta = \alpha t^\beta$			$h = \gamma t^\delta$		
		α	β	r^2	γ	δ	r^2
Séville	40	0,222	- 0,0470	0,995	- 40,16	0,1683	0,977
	70	0,212	- 0,0457	0,988	- 31,07	0,1990	0,917
Mornag	25	0,283	- 0,0320	0,941	- 28,38	0,314	0,996
	65	0,254	- 0,0237	0,956	- 30,01	0,268	0,998
Bouaké	37	0,342	- 0,0284	0,970	- 2,38	0,698	0,941
	97	0,371	- 0,0431	0,99	- 22,97	0,314	0,994
Thilmakha	50	0,166	- 0,182	0,964	- 5,50	0,488	0,910
	100	0,176	- 0,179	0,976	- 4,73	0,445	0,980
Tottori	40	0,160	- 0,196	0,974	- 26,31	0,135	0,921

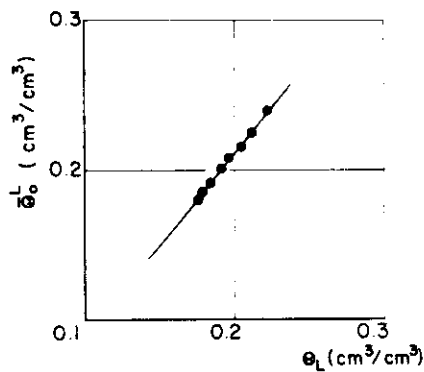


Figure 1

Site de Séville : comparaison entre les mesures d'humidité θ_L à $L = 40$ cm et de l'humidité moyenne θ_0^L calculée sur $[0, L]$.

Sevilla site : comparison between the measurements of water content θ_L at $L = 40$ cm and the calculated average water content θ_0^L to depth L .

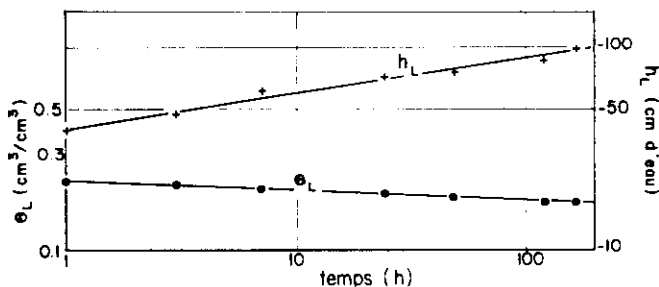


Figure 2

Site de Séville : ajustement statistique (lignes continues) des équations 4a et 4b sur les mesures (symboles) d'humidité θ_L et de pression h_L à $L = 40$ cm.

Sevilla site : calculated curves (continuous lines) obtained by regressions of Eqs. 4a and 4b on measured values (symbols) of water content θ_L and pressure head h_L at $L = 40$ cm.

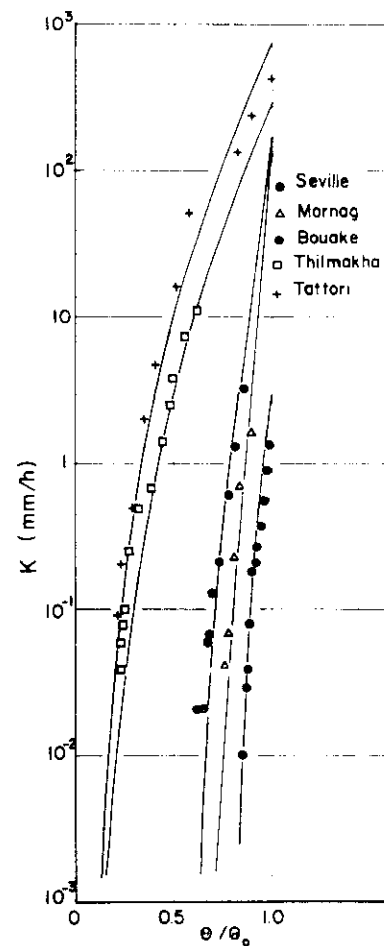


Figure 3

Comparaison entre les conductivités hydrauliques calculées (lignes continues) et expérimentales (symboles) pour tous les sites à une profondeur donnée.

Comparison between calculated (continuous lines) and experimental (symbols) values of hydraulic conductivity for all the sites at a specified depth.

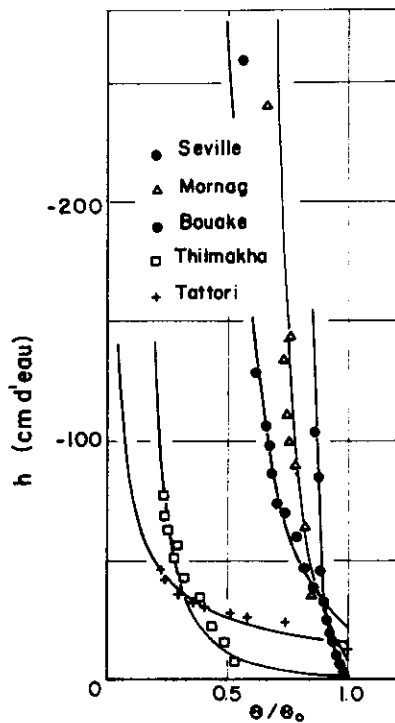


Figure 4

Comparaison entre les courbes de rétention calculées (lignes continues) et les valeurs expérimentales (symboles) pour tous les sites à une profondeur donnée.

Comparison between calculated retention curves (continuous lines) and experimental values (symbols) for all the sites at a specified depth.

évolutions temporelles de l'humidité à une profondeur donnée et de l'humidité moyenne sur la tranche de sol située au-dessus (coefficient de détermination allant de 0,952 à 0,996). Cela confirme pour d'autres sols, les constatations antérieures de LIBARDI *et al.*, 1980 ; VAUCLIN *et al.*, 1983a.

2. Les cinétiques de redistribution, aussi bien pour l'humidité que pour la pression sont très correctement décrites par les fonctions puissances (4a) et (4b) (tabl. 3). Ces résultats confirment ceux présentés par CHONG *et al.* (1981) pour deux sols de plateau d'Hawaï aux propriétés de conduction (conductivité variant de $6 \cdot 10^{-2}$ à 60 mm/h) et de rétention très nettement différentes, et obtenus sur une gamme de variation plus faible que celle reportée ici.

3. On observe un très bon accord (figs. 3, 4 et 5) entre les valeurs expérimentales et prédites par les modèles (6) et (8). Les régressions présentées figure 5 correspondent à :

$$\ln K_c = 1,033 \ln K_m - 0,0299 \quad (r^2 = 0,975 \text{ pour } 60 \text{ couples}) \quad (11)$$

$$h_c = 1,037 h_m - 1,9 \quad (r^2 = 0,960 \text{ pour } 67 \text{ couples})$$

Le test statistique (SAPORTA, 1978 ; VAUCLIN *et al.*, 1983b) sur ces droites conduit à accepter l'hypothèse nulle : elles peuvent être assimilées à la première bissectrice, avec 95 % de confiance.

4. La méthode présente l'avantage de permettre l'estimation d'un majorant des erreurs commises sur la détermination des propriétés hydrodynamiques. En

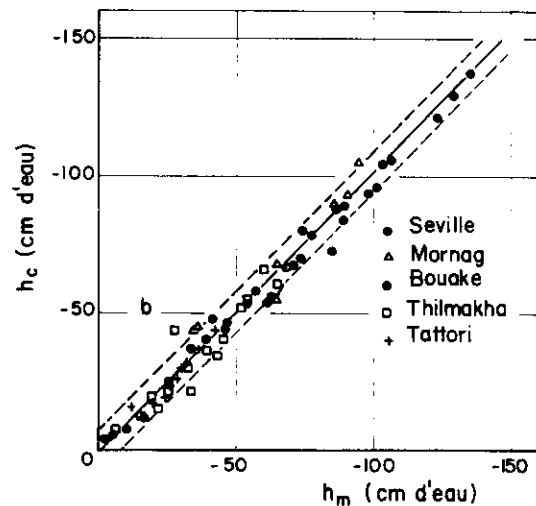
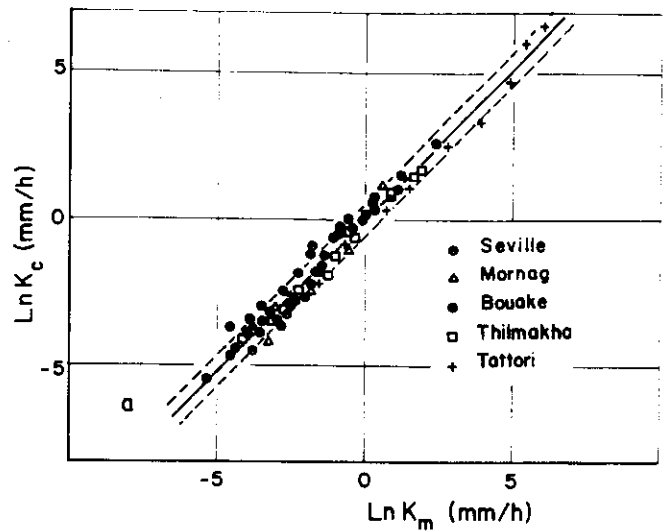


Figure 5

Comparaison entre les valeurs calculées (K_c , h_c) et expérimentales (K_m , h_m) de la conductivité hydraulique (5a) et de la pression (5b) tout site et toute profondeur confondus. Les lignes continues correspondent aux régressions :

$$\ln K_c = 1,033 \ln K_m - 0,0299 \quad (r^2 = 0,975 \text{ pour } 60 \text{ couples}) \quad (11)$$

$$h_c = 1,037 h_m - 1,9 \quad (r^2 = 0,960 \text{ pour } 67 \text{ couples}).$$

Les lignes pointillées délimitent l'intervalle de confiance à 95 p. 100.

Comparison between calculated (K_c , h_c) and experimental (K_m , h_m) values of the hydraulic conductivity (5a) and the pressure head (5b) for the pooled sites and depths. Continuous lines correspond to the regressions :

$$\ln K_c = 1,033 \ln K_m - 0,0299 \quad (r^2 = 0,975 \text{ for } 60 \text{ couples}) \quad (11)$$

$$h_c = 1,037 h_m - 1,9 \quad (r^2 = 0,960 \text{ for } 67 \text{ couples}).$$

The 95 % confidence interval is delimited by the dotted lines.

effet, la différentiation logarithmique des équations (6) et (8) conduit classiquement à :

$$\Delta \ln K_L \leq \frac{\Delta a}{a} + \frac{1}{|\beta|} \Delta \ln \alpha + \frac{\Delta \beta}{|\beta|} \times \left| 1 + \frac{\ln \theta - \ln \alpha}{\beta} \right| + \left| \frac{\beta - 1}{\beta} \right| \left| \frac{\Delta \theta}{\theta} \right| \quad (12)$$

$$\Delta \ln h_L \leq \Delta \ln \gamma + \frac{\delta}{\beta} \left| \frac{\Delta \theta}{\theta} - \Delta \ln \alpha \right| + \left| \ln \theta - \ln \alpha \right| \left| \frac{\beta \Delta \delta - \delta \Delta \beta}{\beta^2} \right|$$

où les barres verticales correspondent aux valeurs absolues.

Les erreurs absolues Δa , $\Delta \beta$, $\Delta \delta$, $\Delta \ln \alpha$ et $\Delta \ln \gamma$ relatives aux paramètres statistiques a , α , β , γ , et δ peuvent être estimées lors de l'établissement des régressions (eqs. 2d, 4a et 4b) par l'écart-type sur les coefficients (JOHNSTON, 1963 ; VAUCLIN *et al.*, 1983b). A titre d'exemple, la figure 6 présente les résultats pour le site de Séville, à la profondeur $L = 40$ cm. Les calculs d'incertitudes (eqs. 12) correspondent à :

$\Delta a = 3,110^{-2}$, $\Delta \beta = 1,8610^{-3}$, $\Delta \delta = 1,710^{-2}$, $\Delta \ln \alpha = 3,5810^{-3}$ et $\Delta \ln \gamma = 4,3710^{-3}$. On considère également que l'humidité est mesurée avec une erreur $\Delta \theta = 0,01 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ (VAUCLIN *et al.*, 1984).

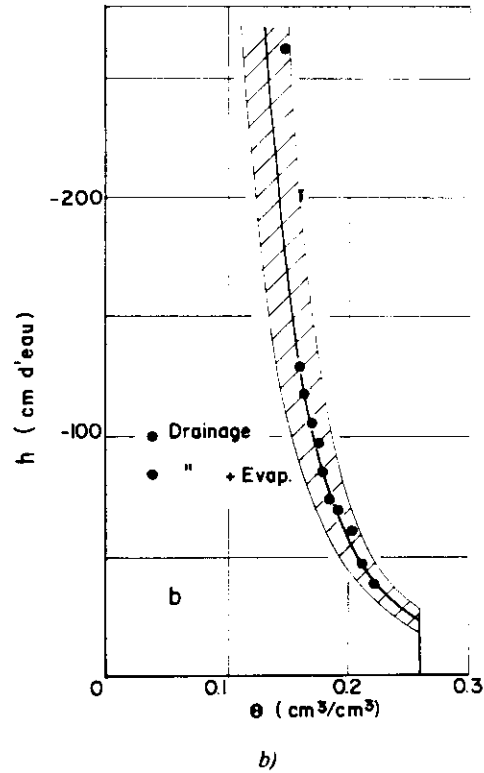
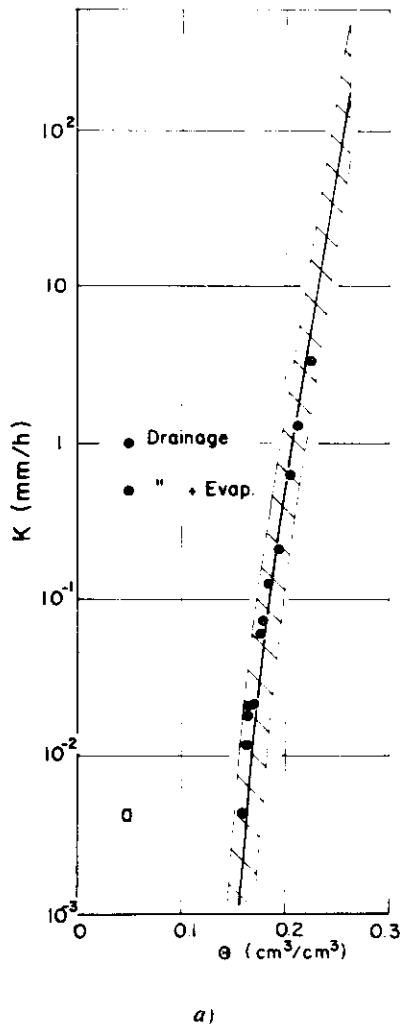


Figure 6

Site de Séville : comparaison entre les valeurs calculées (lignes continues) et expérimentales (symboles) de la conductivité hydraulique (6a) et de la pression (6b) à $L = 40$ cm. Les surfaces hachurées correspondent aux bandes de confiance (64 p. 100) sur les valeurs calculées.

Sevilla site : comparison between the calculated (continuous lines) and experimental (symbols) values of the hydraulic conductivity (6a) and the pressure head at $L = 40$ cm. The hatched areas correspond to the 64 % confidence limits on the calculated values.

L'estimation des incertitudes qui peut être incluse dans le traitement statistique des données et dans le calcul analytique des relations hydrodynamiques, apparaît beaucoup plus simple que le calcul proposé par FLUHLER *et al.* (1976) et appliqué à la méthode des profils instantanés.

On notera, figure 6, que cette méthode simplifiée possède un potentiel certain d'extrapolation puisqu'un bon accord subsiste entre le modèle et des valeurs expérimentales obtenues par la méthode du plan de flux nul, appliquée au site soumis à évaporation (surface du sol découverte).

IV. DISCUSSION ET LIMITES DE LA MÉTHODE

Bien que les résultats présentés tendent à montrer la validité de cette méthode simplifiée, la précision obtenue repose en grande partie sur la pertinence des hypothèses qui la sous-tendent. Il convient donc de les discuter.

1. Hypothèse H1 : Ecoulement vertical

Elle est commune à toutes les méthodes utilisées pour déterminer les propriétés hydrodynamiques des sols partiellement saturés à partir de l'analyse d'essais

in situ de drainage interne. Il est bien évident que le caractère multi-directionnel de l'écoulement notamment dans les milieux à horizons contrastés et/ou pour des dimensions d'anneaux trop petites affecte de manière très sensible la détermination expérimentale de ces propriétés (TOUMA, 1984). Néanmoins, la méthode simplifiée n'est pas plus pénalisée, vis-à-vis de cette hypothèse que les autres puisqu'elles sont toutes fondées sur l'équation unidirectionnelle verticale des transferts.

2. Hypothèse H2 : flux nul à la surface

Elle peut et doit être maîtrisée par l'utilisateur. Son non-respect invalide toute procédure de calcul fondée sur la méthode du drainage interne.

3. Hypothèse H3 : écoulement gravitaire

A l'évidence, le fait de négliger l'influence du gradient de pression (dh/dz) sur la redistribution de l'eau dans un profil vertical de sol peut constituer une hypothèse forte.

Les sites expérimentaux considérés ici ayant été équipés en tensiomètres à différentes profondeurs, il a été possible de déterminer la valeur du gradient de charge hydraulique g et son évolution dans le temps. Le tableau 4 donne la valeur moyenne temporelle $\bar{g}$ et l'écart-type σ_g pour les différents essais. On notera qu'à l'exception du site de Bouaké ($L = 97$ cm) le gradient moyen est voisin de -1 , avec des fluctuations temporelles (σ_g) assez faibles sauf pour Séville ($L = 40$ cm). Cela explique du reste la moins bonne adéquation entre valeurs calculées et mesurées de la conductivité pour ces deux sites (fig. 5a).

On notera qu'il est toujours possible d'utiliser l'équation (6) en considérant l'existence d'un gradient hydraulique différent de -1 , mais constant dans le temps. L'expression de la conductivité hydraulique devient alors :

$$K_L(\theta) = - \frac{La \alpha^{1/\beta} \beta}{|g|} \theta^{(\beta-1)/\beta} \quad (13)$$

TABLEAU 4

Statistique de l'évolution du gradient hydraulique en fonction du temps. σ_g est l'écart-type temporel.

Statistics of the time course of the hydraulic gradient. σ_g is the standard deviation in time.

	Profondeurs	$g = dH/dz$	σ_g
Séville	40	- 0,87	0,33
	70	- 0,83	0,11
Mornag	25	- 0,95	0,12
	65	- 0,98	0,05
Bouaké	37	- 1,06	0,16
	97	- 1,70	0
Thilmakha	50	- 0,90	0,15
	100	- 0,86	0,15
Tottori	40	- 1,02	0,10

Ainsi toute déviation de $|g|$ de sa valeur unitaire conduit dans ce cas, à une sur- ou sous-estimation de $K_L(\theta)$ par rapport à la prédiction donnée par l'équation (6).

4. Hypothèse H4 : Loi d'évolution de la teneur en eau moyenne

Les résultats expérimentaux présentés ici et quelques autres (LIBARDI *et al.*, 1980 ; VAUCLIN *et al.*, 1983a) montrent des corrélations linéaires très satisfaisantes entre l'humidité à une profondeur et l'humidité moyenne du profil. En fait H4 est liée à celle du gradient hydraulique unitaire (H3). En effet, l'hypothèse H3 revient à transformer l'équation parabolique des transferts donnée par les expressions (1a) et (1b)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(\theta) \frac{\partial H}{\partial z} \right) \quad (14)$$

en l'équation hyperbolique :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{dK}{d\theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (15)$$

dont les caractéristiques sont données par (LAX, 1972 ; SISSON *et al.*, 1980)

$$\frac{dt}{1} = \frac{dz}{dK/d\theta} \quad (16)$$

L'intégration de l'équation (16) donne alors :

$$z = \frac{dK}{d\theta} t \quad (17)$$

De plus si l'on considère que la conductivité hydraulique est de la forme $K = A\theta^B$ (eq. 6) avec $A = -La\alpha^{1/\beta}\beta$ et $B = (\beta-1)/\beta$ l'équation (17) donne :

$$\theta = \left(\frac{z}{ABt} \right)^{1/(B-1)} \quad (18)$$

La teneur en eau moyenne sur $[0, L]$ s'obtient par :

$$\bar{\theta}_0^L = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{z}{ABt} \right)^{1/(B-1)} dz \quad (19)$$

$$\text{soit} \quad \bar{\theta}_0^L = \frac{B-1}{B} \theta_L$$

$$\text{ou} \quad \bar{\theta}_0^L = \frac{1}{1-\beta} \theta_L$$

Ainsi, l'hypothèse de gradient hydraulique unitaire couplée à une fonction puissance entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau conduit nécessairement à une relation linéaire entre $\bar{\theta}_0^L$ et θ_L . On notera que le même résultat s'obtient pour d'autres expressions classiques décrivant $K(\theta)$ tels que les modèles exponentiels (DAVIDSON *et al.*, 1969) ou de BROOKS et COREY (1964).

5. Hypothèse H5 : Loi d'évolution de θ et h en fonction du temps

Aucune considération théorique ne permet de justifier *a priori* les lois puissances 4a et 4b retenues. Seul le traitement statistique des données permet de juger la validité de cette hypothèse. Néanmoins on notera que le choix de certaines fonctions $\theta(t)$ sous l'hypothèse du gradient unitaire implique une forme particulière de $K(\theta)$ et réciproquement : une relation $\theta = \alpha t^\beta$ induit par résolution de l'équation des transferts une expression $K(\theta) = A\theta^B$; à une relation $\theta = \alpha + \beta \ln t$ correspond une fonction $K(\theta) = A \exp B\theta$. Il convient donc de respecter la cohérence dans le choix du modèle de traitement des données et de l'expression décrivant la conductivité hydraulique.

V. CONCLUSIONS

Les résultats présentés ici et relatifs à des sols aux propriétés hydrodynamiques très différentes montrent la validité de la méthode simplifiée bien que certaines hypothèses la sous-tendant ne soient pas vérifiées en toute rigueur.

Rappelons que sa mise en œuvre nécessite les phases suivantes :

- a) Etablissement de la corrélation $\bar{\theta}_L = a\theta_L + b$.
- b) Ajustement statistique des modèles $\theta_L = \alpha t^\beta$ et $h_L = \gamma t^\delta$ aux mesures effectuées aux différentes profondeurs L .
- c) Calcul des fonctions $K_L(\theta)$ et $h_L(\theta)$ définies par les équations (6) et (8).
- d) Estimation des erreurs associées (eq. 12) compte tenu des incertitudes résultant des liaisons statistiques a) et b).

L'ensemble de ces calculs peut être réalisé sur une calculatrice de poche.

Outre sa facilité de mise en œuvre, cette méthode permet d'estimer un majorant des erreurs commises

sur la prédiction des relations $K_L(\theta)$ et $h_L(\theta)$. Ce point, trop souvent négligé dans la littérature, nous paraît capital, car il permet, au niveau des applications, de définir des bandes de confiance aux bilans hydriques ou minéraux, de relativiser les incertitudes « locales » par rapport aux variations spatiales.

Au plan pratique, l'hypothèse de gradient de charge hydraulique unitaire, permet l'utilisation du seul humidimètre neutronique lors de la conduite d'un essai de drainage interne, si son objectif est uniquement la détermination de la conductivité hydraulique du sol. La méthode proposée ici s'applique également pour des gradients non unitaires mais restant sensiblement constants dans le temps. L'emploi de tensiomètres permet alors de quantifier ces gradients, et leurs éventuelles fluctuations temporelles.

Seules de fortes variations dans le temps du gradient de charge hydraulique, peuvent conduire à rejeter la méthode proposée. Néanmoins un tel comportement peut traduire des situations « pathologiques » telles que les écoulements latéraux significatifs ou des effets d'air, engendrés par des discontinuités structurales conduisant à une succession d'horizons pédologiques aux propriétés hydrodynamiques très différentes. Dans ces situations, toute méthode doit être utilisée avec précaution et esprit critique.

REMERCIEMENTS

La plupart des données expérimentales examinées ici ont été obtenues dans le cadre de collaborations scientifiques entre l'Institut de Mécanique de Grenoble (groupe hydrologie) et les partenaires suivants : le Centro de Edafologia y Biología Aplicada del Cuatro-Séville (accords CNRS/MRE/CSIC), le Centre de Recherches du Génie Rural-Tunis (accords CNRS/DRST), l'Institut Sénégalais de Recherches Agricoles-Dakar (projet Agence Internationale de l'Energie Atomique SEN/5/07) et l'Institut des Savanes-Bouaké (projet Agence Internationale de l'Energie Atomique IVC 5B 06).

Nous exprimons toute notre gratitude à nos collègues chercheurs F. MORENO, Z. CHAABOUNI, L. CISSE & J. M. KALMS et techniciens.

Reçu le 27 octobre 1986.

Accepté le 27 mai 1987.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Brooks R. H., Corey A. T., 1964. *Hydraulic properties of porous media*. Colorado state Uni. Fort Collins. Hydrol. Paper n° 3, 27 pages.
- Cho T., Nomura Y., Yano T., Shikasho S., Inoue M., 1977. *The use of a surface-type and a depth-type neutron moisture meter in studies of soil water regimes. Water management in a sand dune area*. Programme de Recherches Coordonnées Int. Atomic Energy Agency-Vienne sur « l'utilisation des radioisotopes pour l'agriculture ». Rapport 85 pages.
- Chong S. V., Green R. E., Ahuja L. R., 1981. Simple *in situ* determination of hydraulic conductivity by power function descriptions of drainage. *Water Resour. Res.*, 17 (4), 1109-1114.
- Cisse L., Vachaud G., 1986. *Influence d'apport en matière organique sur les caractéristiques hydrodynamiques d'un sol sableux du Nord Sénégal*. Rapport IAEA-ISRA CNRS, Institut sénégalais de recherches agricoles, Dakar, 1986.
- Davidson J. M., Stone L. R., Nielsen D. R., Larue M. E., 1969. Field measurement and use of soil-water properties. *Water Resour. Res.*, 5, 1312-1321.
- Fuhler H., Arkakani M. S., Stolzy L. H., 1976. Error propagation in determining hydraulic conductivities from successive water content and pressure head profiles. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 40, 830-836.
- Hille D. A., Krentos V. K., Stilianou Y., 1972. Procedure and test of an internal drainage method for measuring soil hydraulic characteristics *in situ*. *Soil Sci.*, 114, 395-400.
- Johnston J., 1963. *Econometric methods*. Ed. Mac Graw Hill, 300 pages.
- Lax P. D., 1972. The formation and decay of shock waves. *Am. Math. Monthly*, 79, 227-241.
- Libardi P. L., Reichardt K., Nielsen D. R., Biggar J. W., 1980. Simple field methods for estimating soil hydraulic conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol. 44, 3-7.
- Moreno F., Vachaud G., Martin Aranda J., 1983. Caracterización hidrodinámica de un suelo de olivar. Fundamento teórico y métodos experimentales. *Anales Edafología Agrobiol.*, 42 (5-6), 695-721.

Rose C. W., Stern W. R., Drummond J. E., 1965. Determination of hydraulic conductivity as a function of depth and water content for soil *in situ*. *Aust. J. Soil Res.*, 3, 1-9.

Saporta G., 1978. *Théories et méthodes de la statistique*. Ed. Technip. Paris, 386 pages.

Sisson J. B., Fergusson A. H., Van Genuchten M. Th., 1980. Simple method for predicting drainage from field plots. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44, 1147-1152.

Touma J., 1984. *Etude critique de la caractérisation hydrodynamique des sols non saturés*. Thèse Docteur ès Sciences Physiques. Université Scientifique et Médicale et Institut National Polytechnique de Grenoble, 187 pages.

Vachaud G., Dancette C., Sonko S., Thony J. L., 1978. Méthodes de caractérisation hydrodynamique *in situ* d'un sol non saturé. Application à deux types de sol du Sénégal en vue de la détermination des termes du bilan hydrique. *Ann. Agron.*, 29 (1), 1-36.

Vachaud G., Laly R., Vauclin M., Chaabouni Z., El Amani S., 1982. *La station hydroclimatologique du Mornag III. Estimation de la consommation hydrique d'une culture de blé en sec, à l'échelle de l'hectare*. Rapport CNRS/DRST, 58 pages.

Vauclin M., 1978. *Etude des modalités d'alimentation hydrique du riz pluvial*. Rapport IAEA n° 1413, 57 pages.

Vauclin M., Imbernon J., Vachaud G., 1983a. Analyse comparative de différentes méthodes de détermination de la conductivité hydraulique des sols non saturés de la zone centre-nord du Sénégal. *Agron. Trop.*, 38 (3), 186-197.

Vauclin M., Viera S. R., Vachaud G., Nielsen D. R., 1983b. The use of cokriging with limited field soil observations. *Soil. Sci. Soc. Am. J.*, 47 (2), 175-184.

Vauclin M., Haverkamp R., Vachaud G., 1984. Error analysis in estimating soil water content from neutron probe measurements. *Soil Sci.*, 137 (3), 141-148.