



**The Abdus Salam
International Centre for Theoretical Physics**



1957-17

Miniworkshop on Strong Correlations in Materials and Atom Traps

4 - 15 August 2008

Fluctuations and degeneracy breaking in some frustrated magnet.

BALENTS Leon M.
*University of California At Santa Barbara
Department of Physics
CA 93106 Santa Barbara
U.S.A.*

Searching for Quantum Spin Liquids

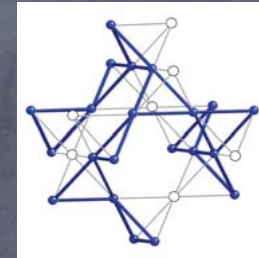
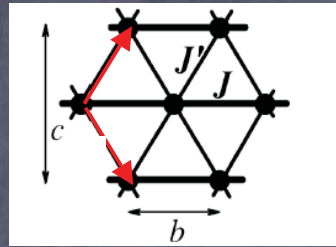
and finding surprises

Leon Balents
KITP



The David and Lucile Packard Foundation

Collaborators



- Oleg Starykh, U. Utah



- Masanori Kohno, NIMS, Japan

- Gang Chen, UCSB

- Michael Lawler, Toronto



- Yong-Baek Kim, Toronto

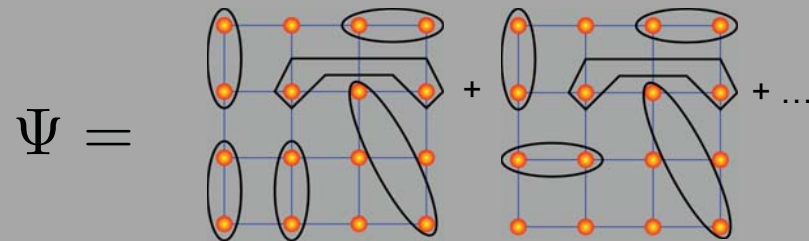


- Arun Paramekanti, Toronto



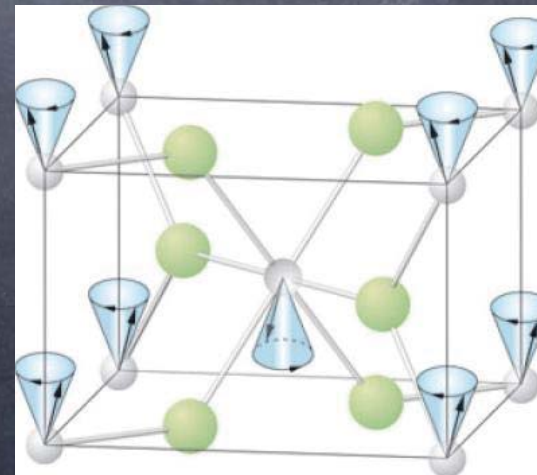
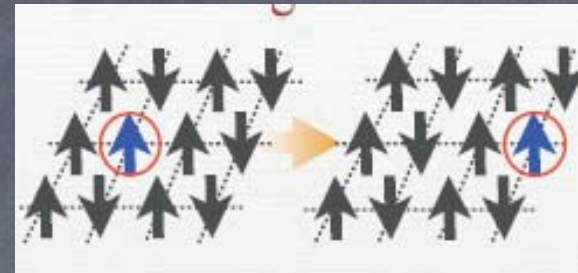
Quantum Spin Liquids

- QSL: a state of a magnet in which quantum fluctuations prevent order even at $T=0$.
- Many theoretical suggestions since Anderson (73)
 - “Resonating Valence Bond” QSL states



Magnons

- Basic excitation: spin flip
 - Carries " S^z " = ± 1
- Periodic Bloch states: spin waves
 - Quasi-classical picture: small precession



MnF_2



$$\epsilon = \hbar\omega(\vec{k})$$

Image: B. Keimer

One dimension

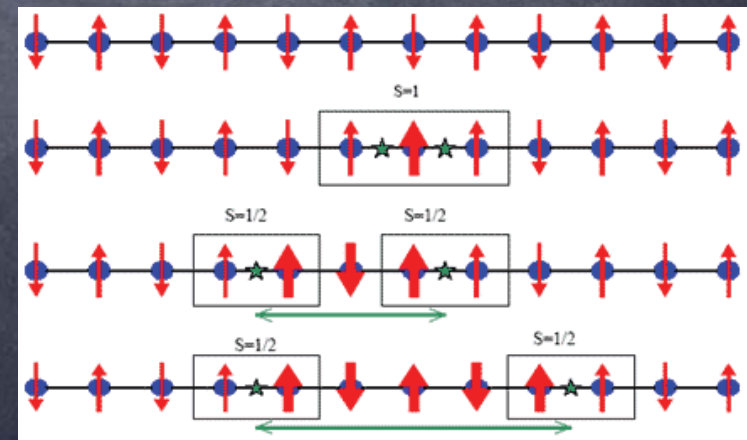
- Heisenberg model is a *spin liquid*

- No magnetic order $\langle \vec{S}(x) \cdot \vec{S}(x') \rangle \sim \frac{(-1)^{x-x'}}{|x-x'|} + \dots$

- Power law correlations of spins and dimers

- Excitations are $s=1/2$ *spinons*

- General for 1d chains



Spinons by neutrons

- Bethe ansatz:

- Spinon energy

- Spin-1 states

$$\epsilon_s(k) = \frac{\pi J}{2} |\sin k|$$

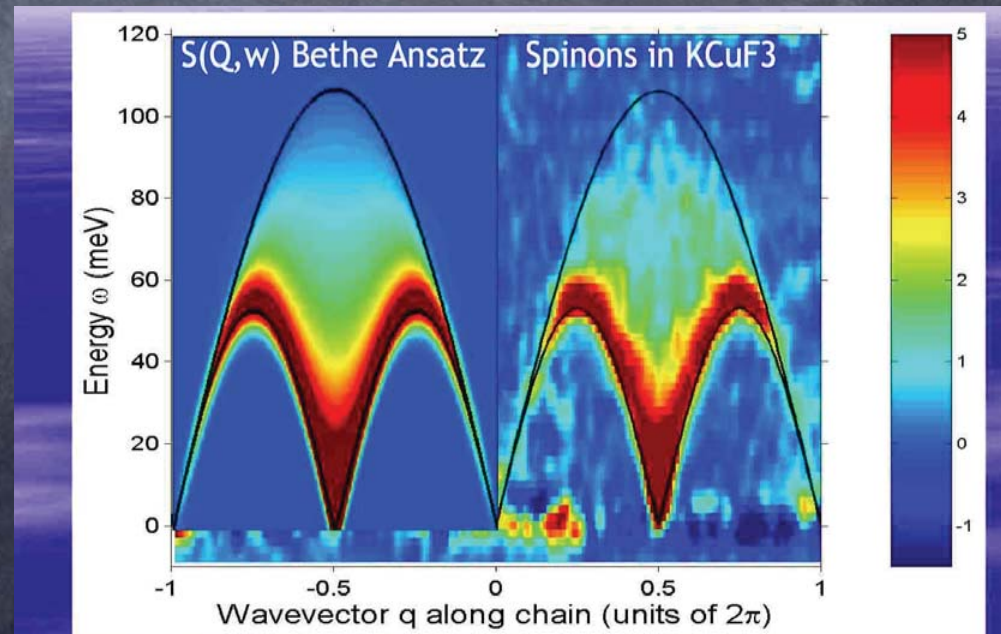
$$k = k_1 + k_2$$

$$\epsilon = \epsilon_s(k_1) + \epsilon_s(k_2)$$

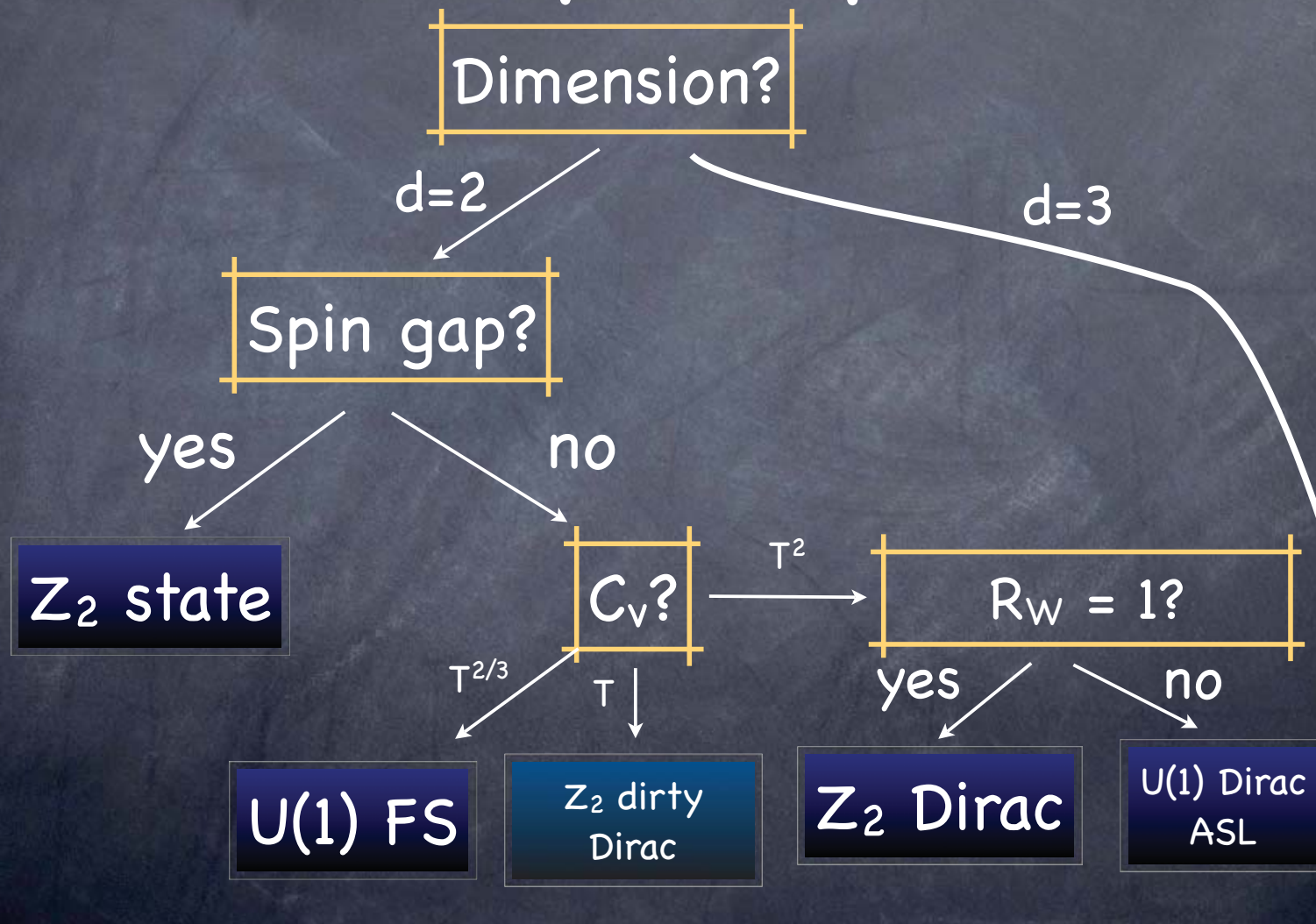
} 2-particle
continuum

- Theory vs experiment
for KCuF_3 with
anisotropy ≈ 30

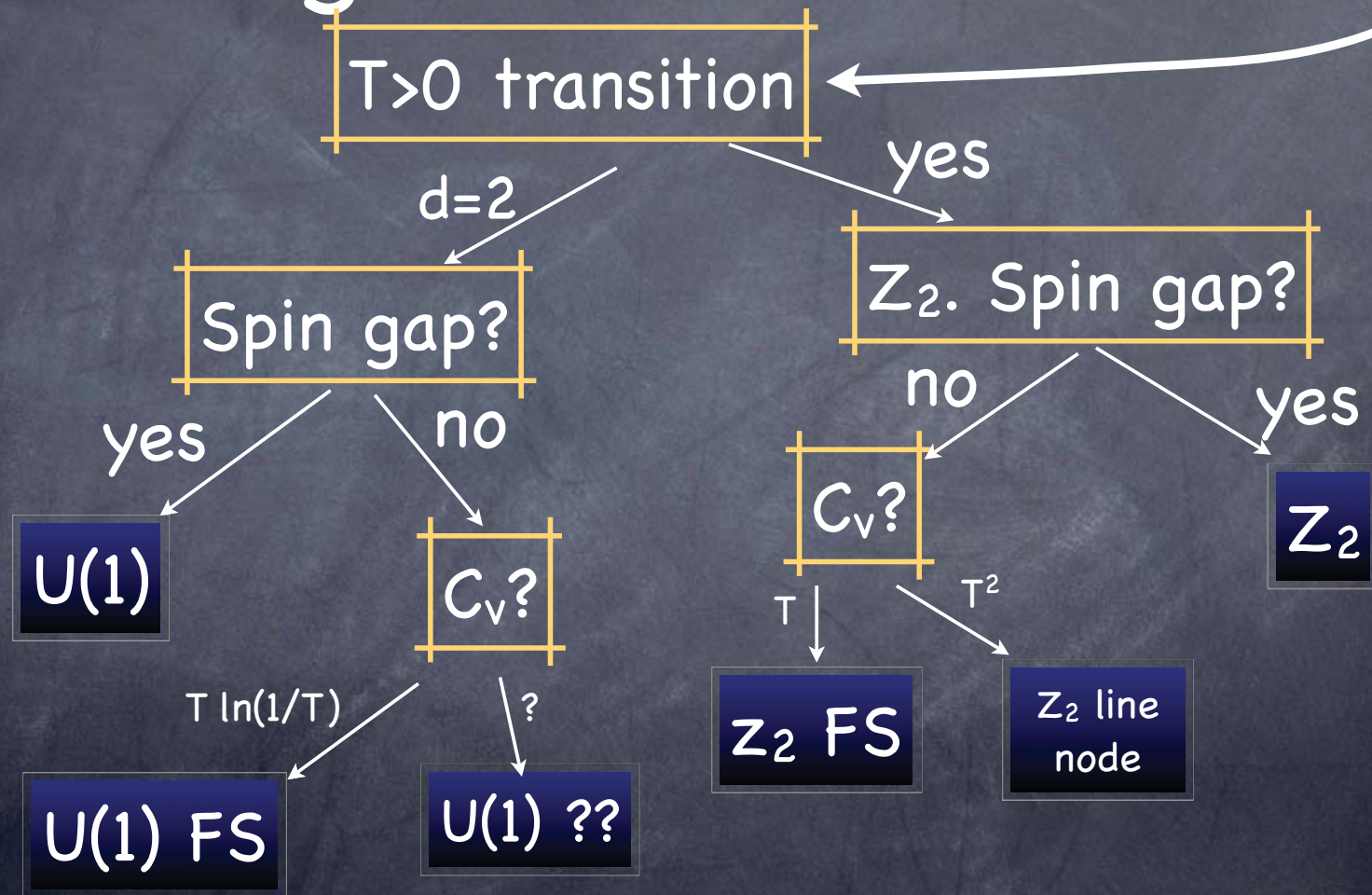
- B. Lake, HMI



Many spin liquids in theory!

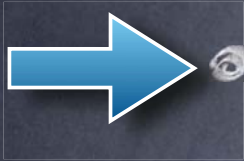


A diagnostic flowchart



disordered possibilities neglected

QSL candidates



• CsCu_2Cl_4 - spin-1/2 anisotropic triangular lattice

?

• NiGa_2S_4 - spin-1 triangular lattice

• $\kappa\text{-(BEDT-TTF)}_2\text{Cu}_2(\text{CN})_3$, $\text{EtMe}_3\text{Sb}[\text{Pd(dmit)}_2]_2$ - triangular lattice organics

?

• FeSc_2S_4 - orbitally degenerate spinel

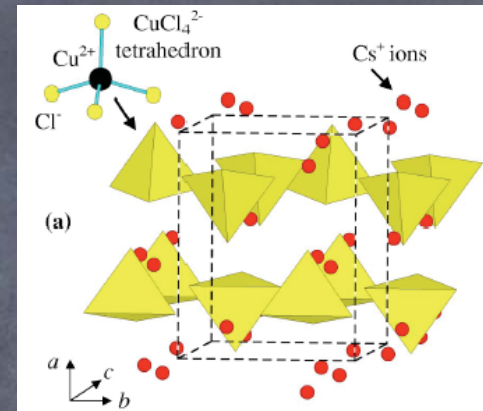


• $\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$ - hyperkagome

• $\text{ZnCu}_3(\text{OH})_6\text{Cl}_2$ - kagome

Cs_2CuCl_4

- Spatially anisotropic triangular lattice
- Cu^{2+} spin-1/2 spins



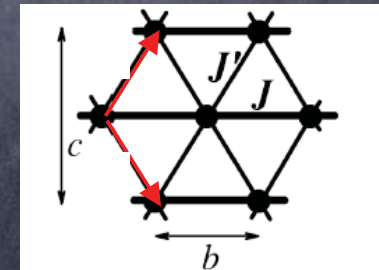
$$H = \frac{1}{2} \sum_{ij} \left[J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j - \vec{D}_{ij} \cdot \vec{S}_i \times \vec{S}_j \right]$$

- couplings:

$$J = 0.37 \text{ meV}$$

$$J' = 0.3J$$

$$D = 0.05J$$

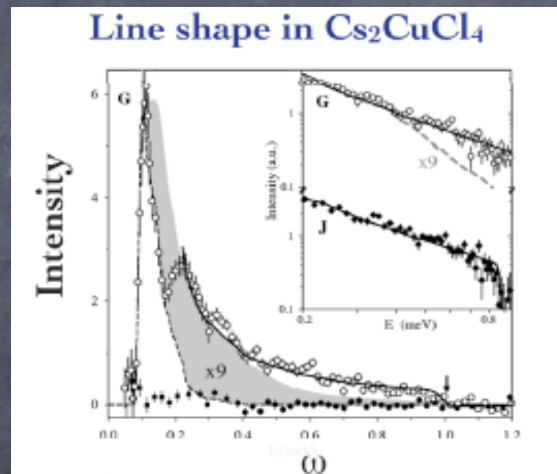


$$\vec{D} = D \hat{a}$$

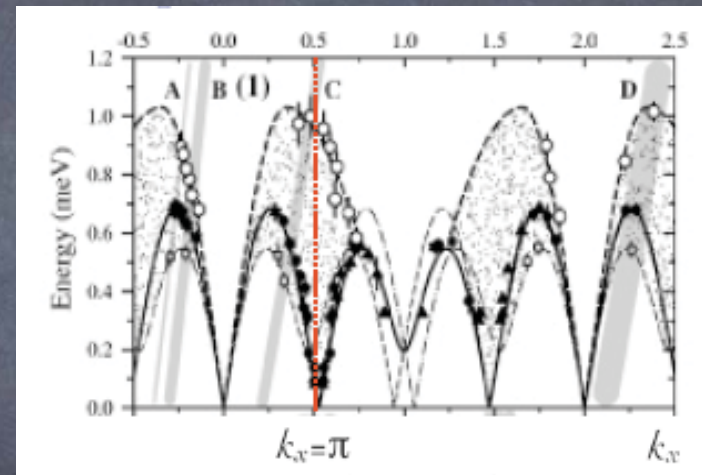
R. Coldea et al

Neutron scattering

- Coldea et al, 2001/03: a 2d spin liquid?



Very broad spectrum
similar to 1d (in some
directions of k space).
Roughly fits power law.

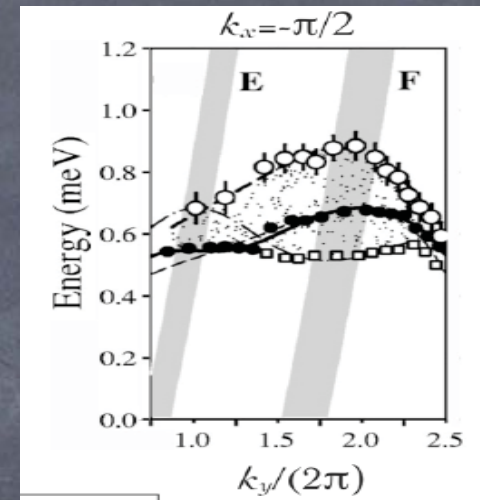


Fit of “peak” dispersion to
spin wave theory requires
adjustment of J, J' by 40%
– in opposite directions!

2d theories

- Arguments for 2d:
 - $J'/J = 0.3$ *not very small*
 - Transverse dispersion
- Exotic theories:

- J.Alicea, O.I.Motrunich & M.P.Fisher:
Phys. Rev. Lett. **95**, 247203 (2005).
- S.V.Isakov, T.Senthil & Y.B.Kim:
Phys. Rev. B **72**, 174417 (2005).
- Y.Zhou & X.-G.Wen:
cond-mat/0210662.
- F.Wang & A.Vishwanath:
Phys. Rev. B **74**, 174423 (2006).
- C.-H.Chung, K.Voelker & Y. B. Kim:
Phys. Rev. B **68**, 094412 (2003).

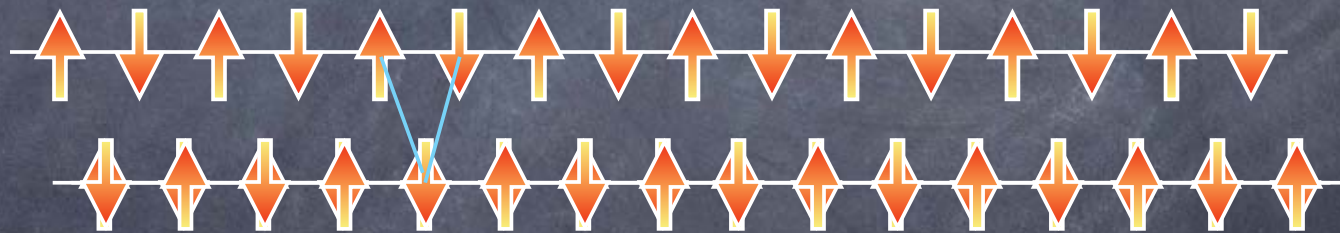


Spin waves

- M.Y.Veillette, A.J.A.James & F.H.L.Essler:
Phys. Rev. B **72**, 134429 (2005).
- D.Dalidovich, R.Sknepnek, A.J.Berlinsky,
J.Zhang & C.Kallin:
Phys. Rev. B **73**, 184403 (2006).
- R.Coldea, D.A.Tennant & Z.Tylczynski:
Phys. Rev. B **68**, 134424 (2003).

Dimensional reduction?

- Frustration of interchain coupling makes it less "relevant"
- First order energy correction vanishes

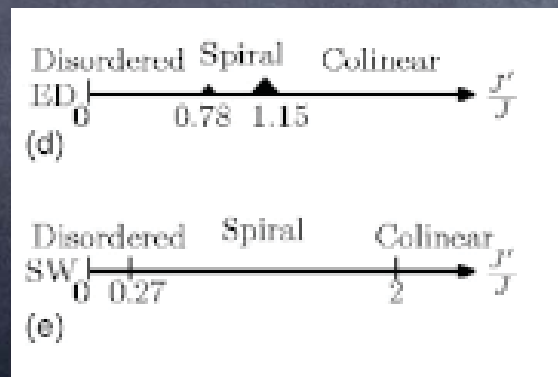


- Leading effects on correlations are in fact $O[(J')^4/J^3]$!

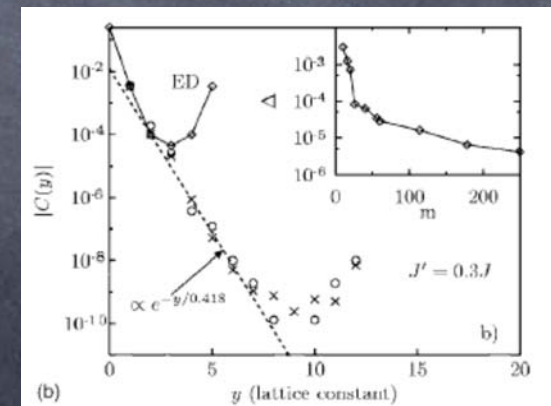
Dimensional reduction?

- Frustration of interchain coupling makes it less "relevant"
- First order energy correction vanishes.
- Numerics: $J'/J < 0.7$ is "weak"

Weng et al,
2006



Very different from
spin wave theory

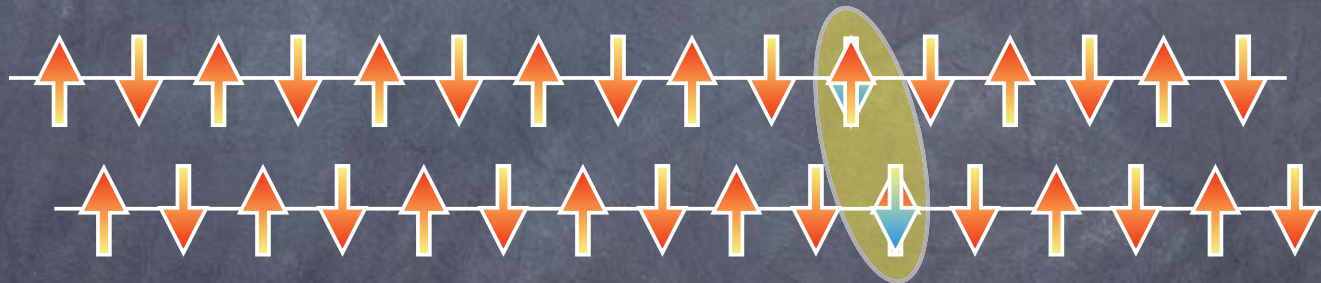


Very weak inter-chain
correlations

Excitations

- Build 2d excitations from 1d spinons

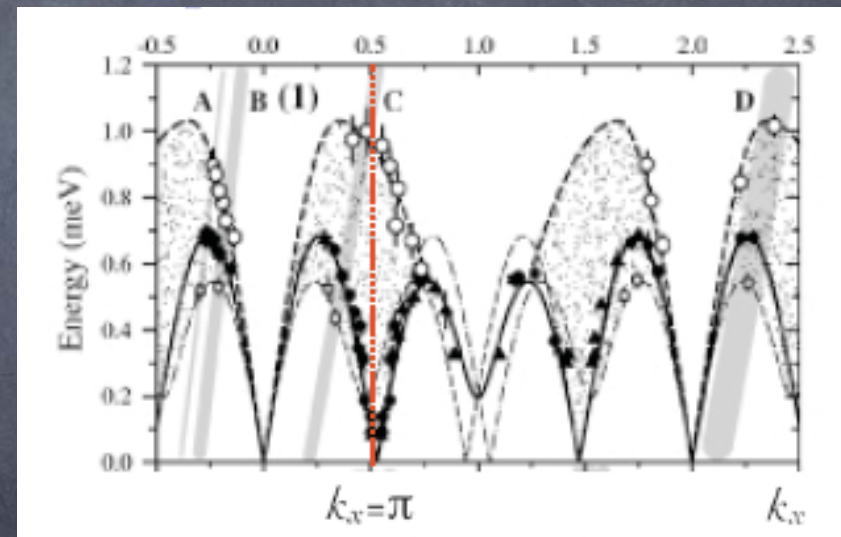
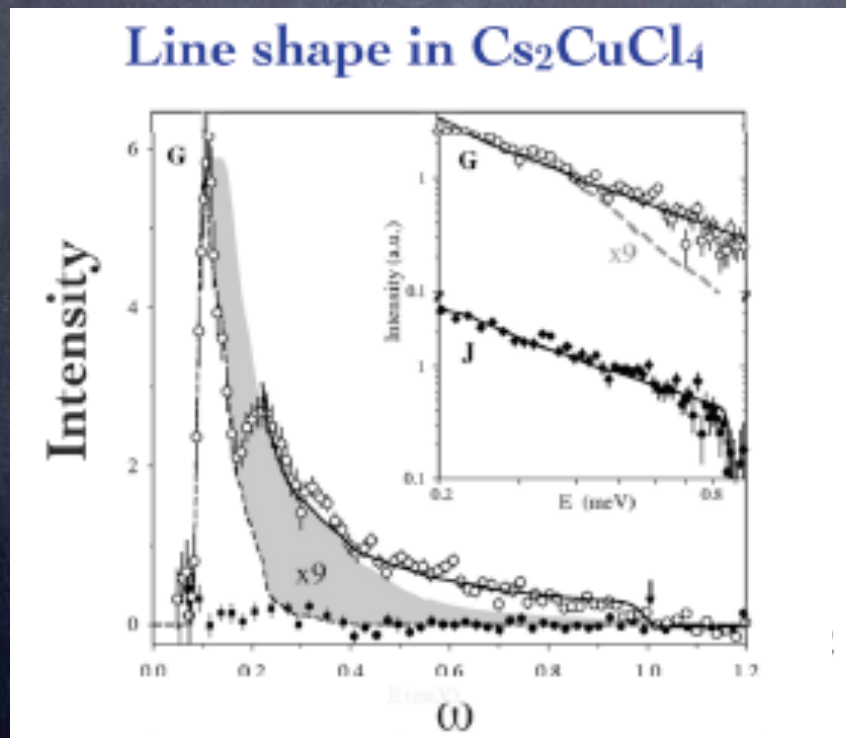
- Exchange: $\frac{J'}{2} (S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+)$



- Expect spinon binding to lower inter-chain kinetic energy
- Use 2-spinon Schroedinger equation

Broad lineshape: "free spinons"

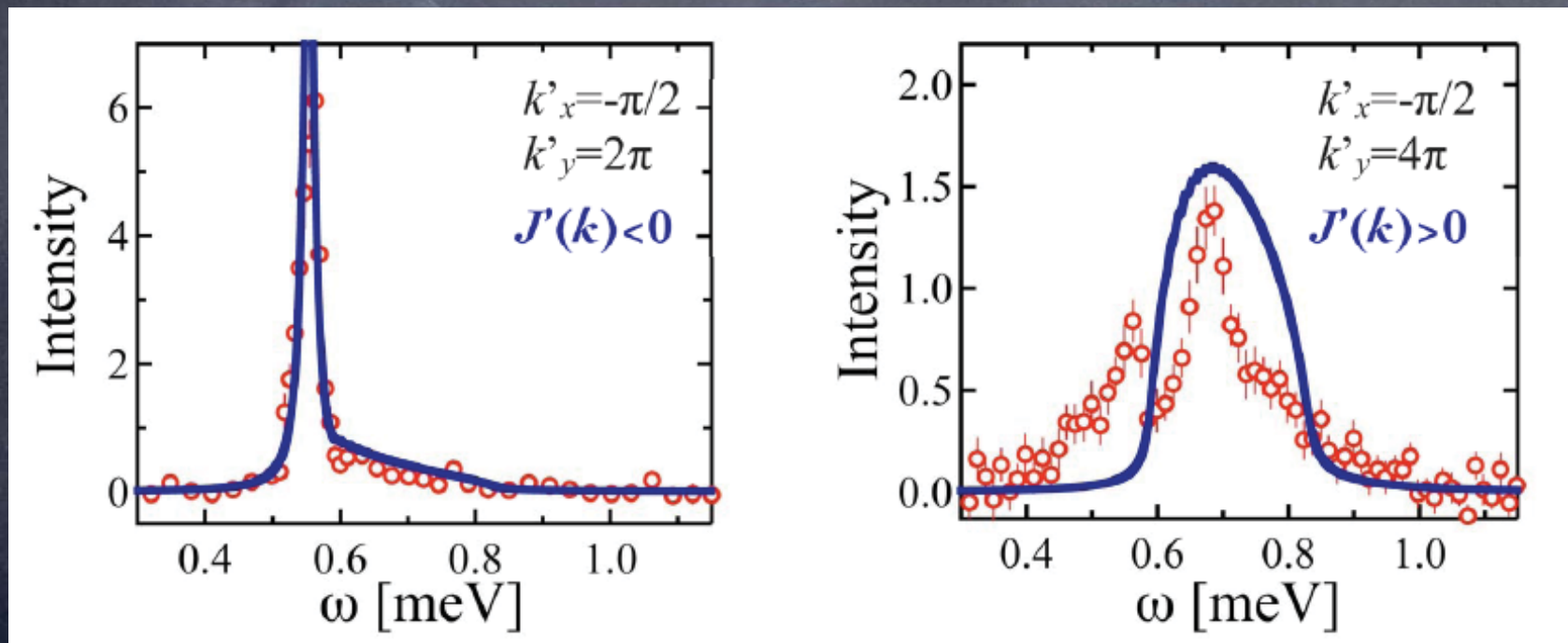
- "Power law" fits well to free spinon result
- Fit determines normalization



$J'(k)=0$ here

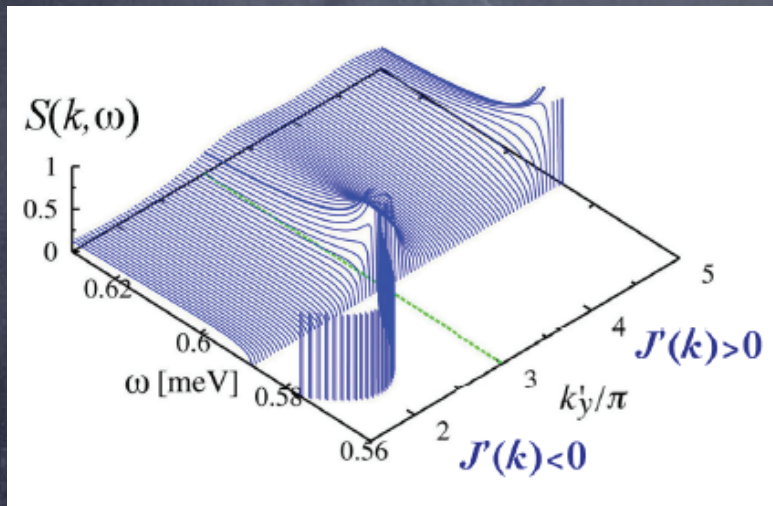
Bound state

- Compare spectra at $J'(k) < 0$ and $J'(k) > 0$:

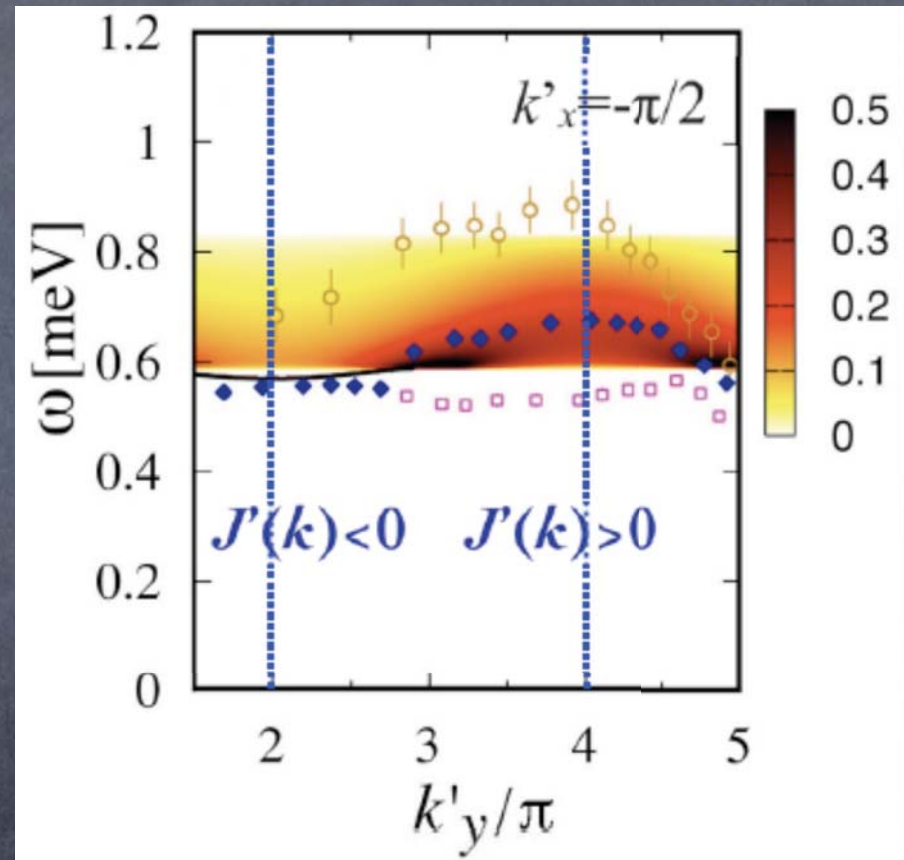


- Curves 24 spin RPA with experimental resolution

Transverse dispersion

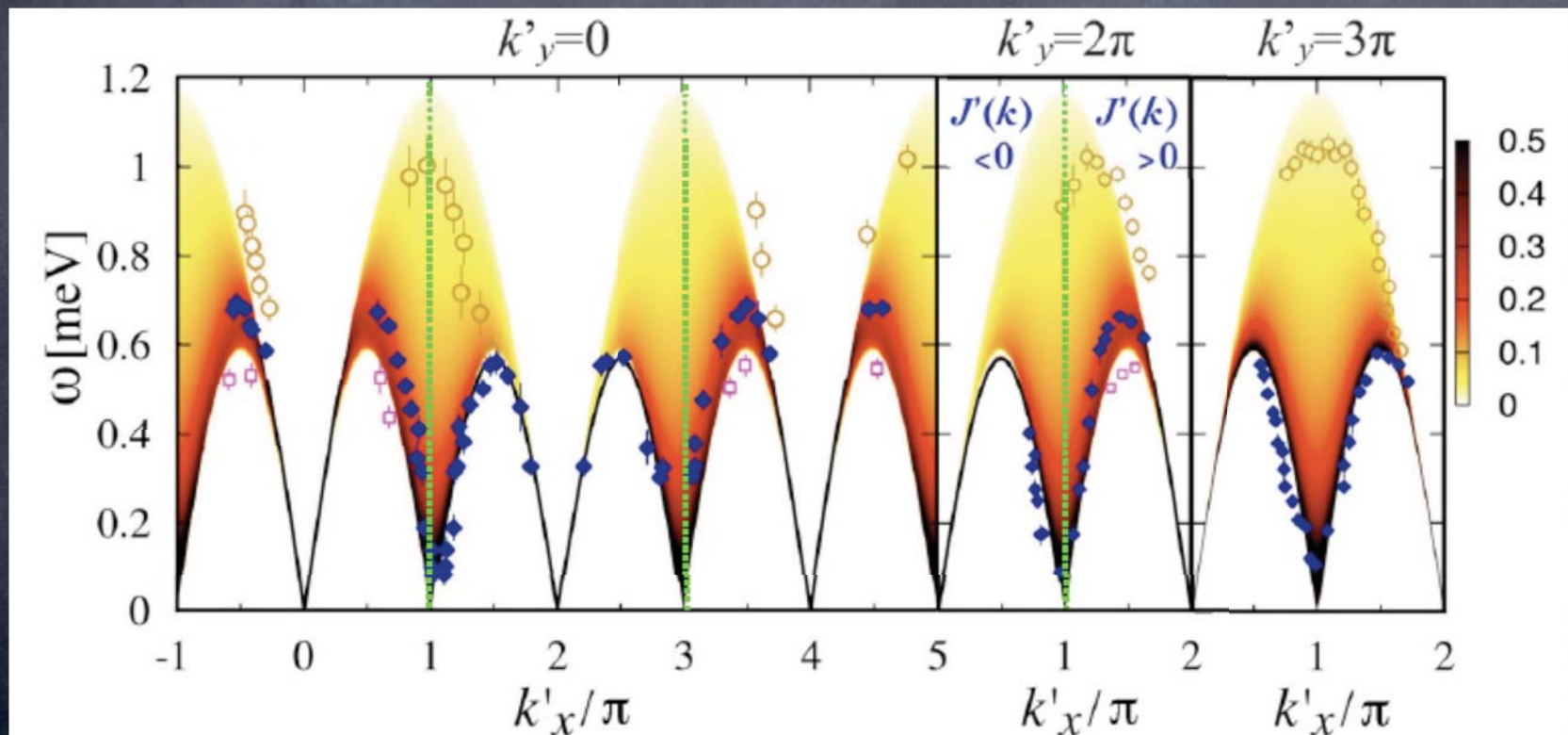


Bound state and
resonance



Solid symbols: experiment
Note peak (blue diamonds) coincides
with bottom edge only for $J'(k) < 0$

Spectral asymmetry



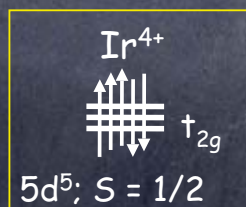
Vertical lines: $J'(k)=0$.

Conclusions on Cs_2CuCl_4

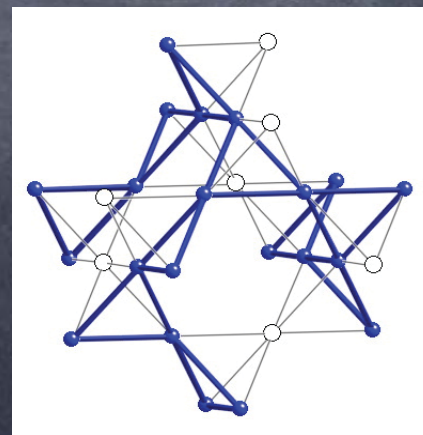
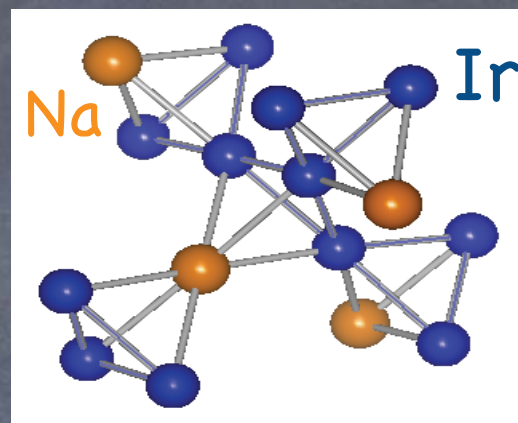
- Simple theory works well for frustrated quasi-1d antiferromagnets
 - Frustration leads to a strong enhancement of one-dimensionality
- The mystery of Cs_2CuCl_4 should be considered solved
 - Many (nearly all) other details of diverse experiments on this material may be understood in the same framework

$\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$

- An “hyperkagome” lattice of Ir^{4+} spins
- Expect $S=1/2$ spin state – orbital state unclear?

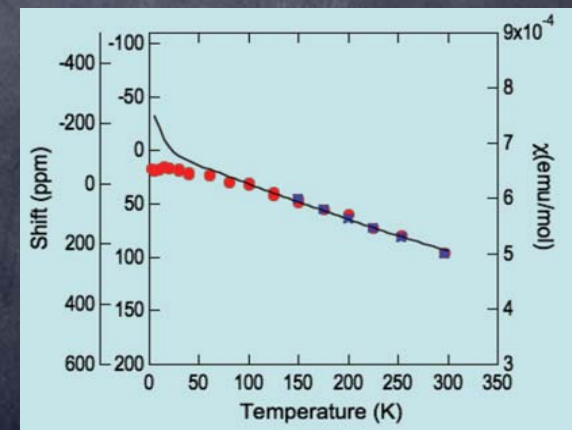
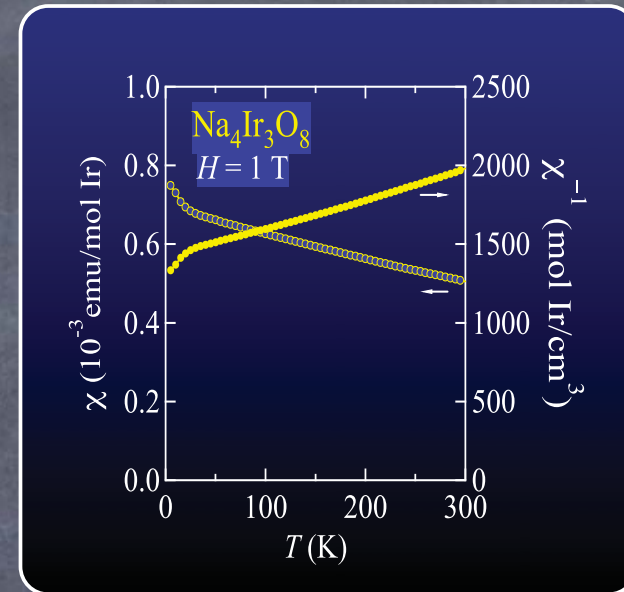


Takagi group



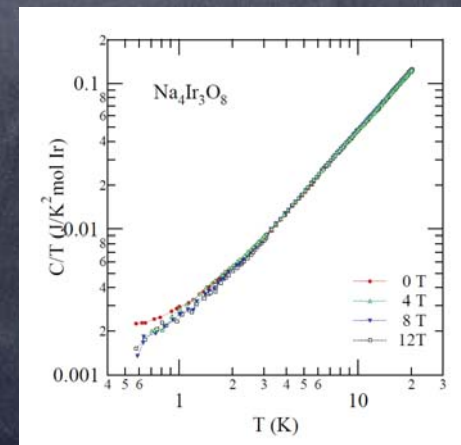
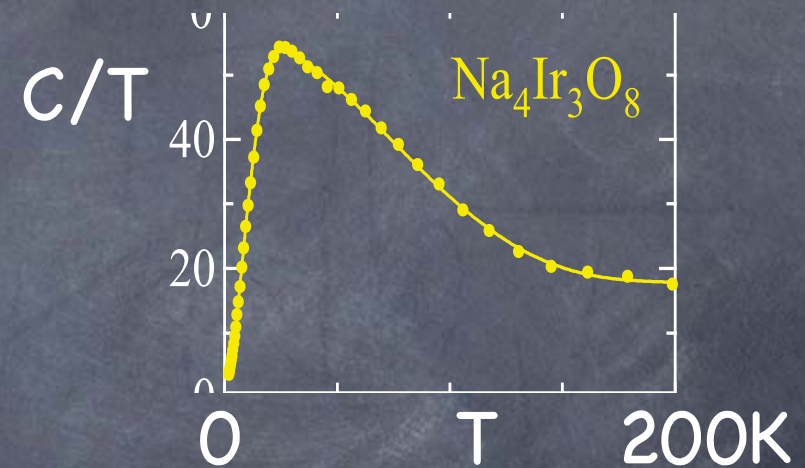
$\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$

- Susceptibility
 - Curie-Weiss temperature $\Theta_{\text{CW}} \approx -650\text{K}$
 - Large χ at low T
 - $\mu_{\text{eff}} = 1.96 \mu_{\text{B}}/\text{Ir} \approx 1.73 \mu_{\text{B}}/\text{Ir}$ ($s=1/2$)
- Consistent with Knight shift
 - low-T upturn not seen in K: extrinsic



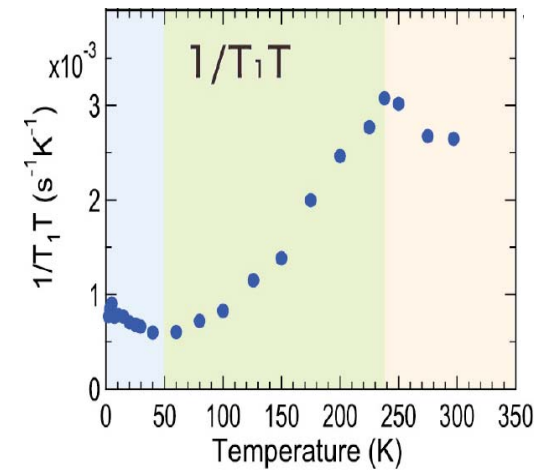
$\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$

- Specific Heat
 - broad peak around 30K
 - power-law (between T and T^2) at low T indicates gapless excitations



$\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$

- NMR $1/T_1$ rate is power law for $50 < T < 200$, suggestive of low energy excitations



Theory

- Write down Heisenberg model

- start doing all standard things...

- Classical Heisenberg model

J. M. Hopkinson, S. V. Isakov, H.-Y. Kee, Y. B. Kim, PRL 99, 037201 (2007).

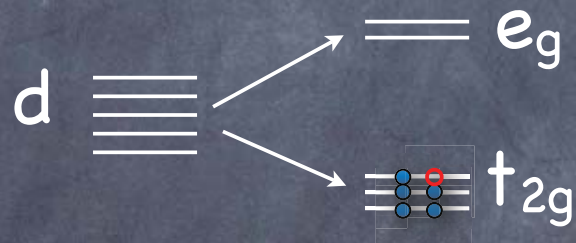
- Quantum bosonic $SP(N)$ MFT

M. J. Lawler, H.-Y. Kee, Y. B. Kim, and A. Vishwanath, PRL 100, 227201 (2008)

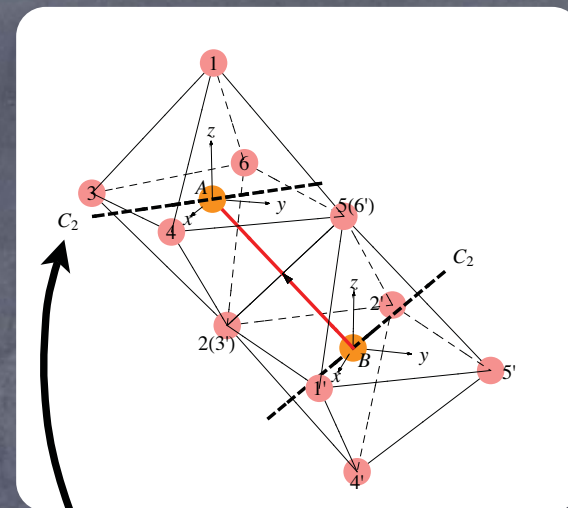
- but wait...

Quantum Chemistry

- Cubic approximation:



- Orbital degeneracy?
 - non-cubic splittings
 - spin-orbit coupling



C_2 axis is the only point group operation of the Ir site

Ir-O distances are:
 $2.043\text{\AA} < 2.048\text{\AA} < 2.096\text{\AA}$

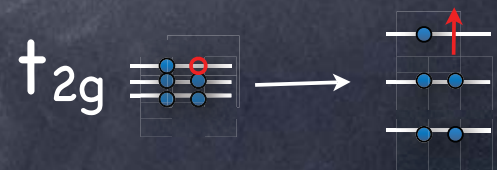
Quantum Chemistry (2)

- Effective Hamiltonian

$$H_{\text{eff}} = \sum_m \delta\epsilon_m |m\rangle\langle m| + \lambda \vec{\ell} \cdot \vec{S}$$

- Two limits:

- “weak” spin orbit: $\lambda \ll |\delta\epsilon_m|$



Quantum Chemistry (2)

- Effective Hamiltonian

$$H_{\text{eff}} = \sum_m \delta\epsilon_m |m\rangle\langle m| + \lambda \vec{\ell} \cdot \vec{S}$$

- Two limits:

- “weak” spin orbit: $\lambda \ll |\delta\epsilon_m|$

- “strong” spin orbit $\lambda \gg |\delta\epsilon_m|$



Strong spin orbit

- Orbital angular momentum

$$\vec{\ell} = \hat{P}_{t_{2g}} \vec{L} \hat{P}_{t_{2g}} = -\vec{L} !$$

$$L=1$$

$$|\vec{L}|^2 = L(L+1)$$

- Spin-orbit coupling

$$\lambda \vec{\ell} \cdot \vec{S} = -\lambda \vec{L} \cdot \vec{S} \quad \vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

- Ground state has $J=1/2$: no orbital degeneracy

- but $g=-2!$

Spin orbit coupling

Periodic Table of the Elements

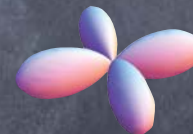
1	IA																IIA										IIIB										IVB										VB										VIB										VIIB										VII										IIB										IB										I										IIA										IIIA										IVA										VA										VIA										VIIA										VIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X										XI										XII										XIII										XIV										XV										XVI										XVII										XVIII										IX										X									
---	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- Estimate (?) $\lambda \approx 0.5 \text{ eV}$
- Probably much larger than $\Delta\epsilon_m$

Exchange Anisotropy

- J eigenstates: “spin” has strong orbital component

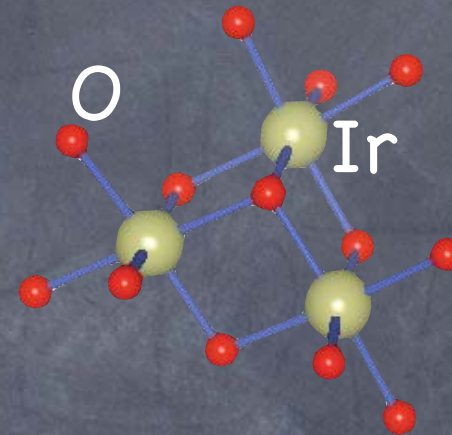
e.g. $|\uparrow\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |L^z=1\rangle |\downarrow\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |L^z=0\rangle |\uparrow\rangle$



- generally expect O(1) exchange anisotropy
- Heisenberg model may be totally wrong!
- If so, what is going on?

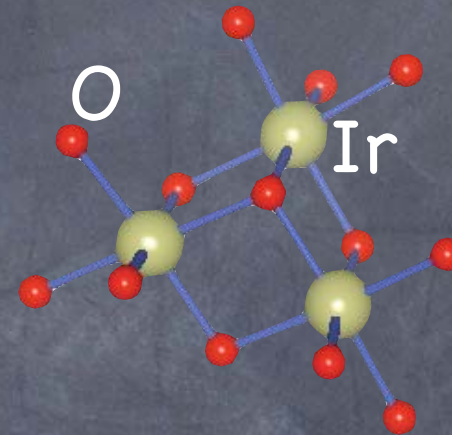
Ir-O-Ir Superexchange

- Resulting exchange Hamiltonian is indeed highly anisotropic
- Actually unfrustrated:
 - unique ground state up to global spin rotations!
- Obviously inconsistent with experiments!



Ir-Ir Direct Exchange

- Miraculously
 - Exchange is pure antiferromagnetic Heisenberg!
- Deviations from strong SO limit give Dzyaloshinskii-Moriya terms $D \sim |\Delta\epsilon_n|/\lambda$
- Frustration preserved!



$$J + D$$

Quantum Spin Liquid?

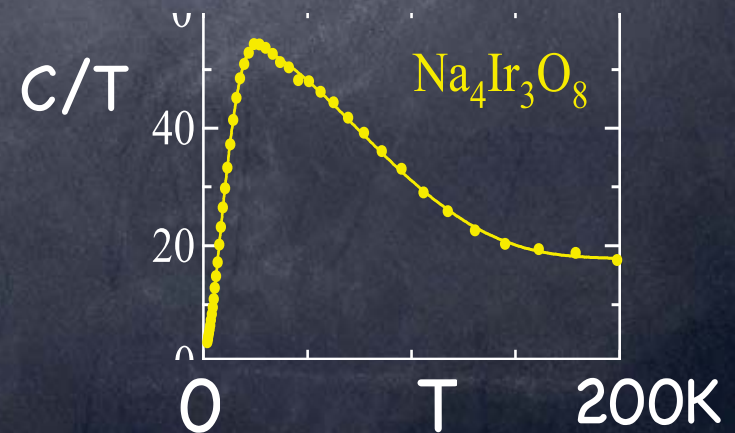
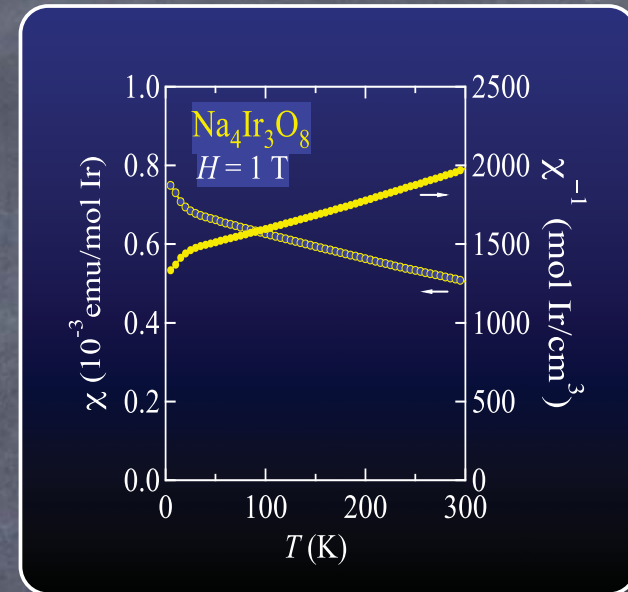
- Approximate Heisenberg description
 - Low “coherence” scale expected
 - Spin-liquid ground state plausible
- Recent proposals of QSLs with fermionic spinons

Yi Zhou, Patrick A. Lee, Tai-Kai Ng, Fu-Chun Zhang, arXiv:0806.3323
M. Lawler, A. Paramekanti, Y.-B. Kim, LB arXiv:0806.4395

 - “U(1)” Fermi surface state somewhat consistent with $C_v(T)$
 - Spinon pairing might also be involved, but there are difficulties

SO and Susceptibility

- $\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$ shows large low-T susceptibility
- Nevertheless C_v/T suppressed below 30K
 - Large R_w inconsistent?
- Resolution: DM interactions lead to non-zero $\chi(T=0)$ even when DOS vanishes



$\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$

- A seemingly consistent picture of $\text{Na}_4\text{Ir}_3\text{O}_8$ emerges including strong spin-orbit
- Heisenberg-like behavior in this material may be a happy accident!
- But we should keep an open mind:
 - itinerancy might be important near Mott transition

