Light sources characterization and coherence properties.II/*Caracterización de fuentes de luz y propiedades de coherencia.II*

Prof. María L. Calvo

2nd May/*2 de mayo* 2012: 14:00-15:00

First ICO-ICTP-TWAS Central American Workshop in Lasers, Laser Applications and Laser Safety Regulations, San José de Costa Rica

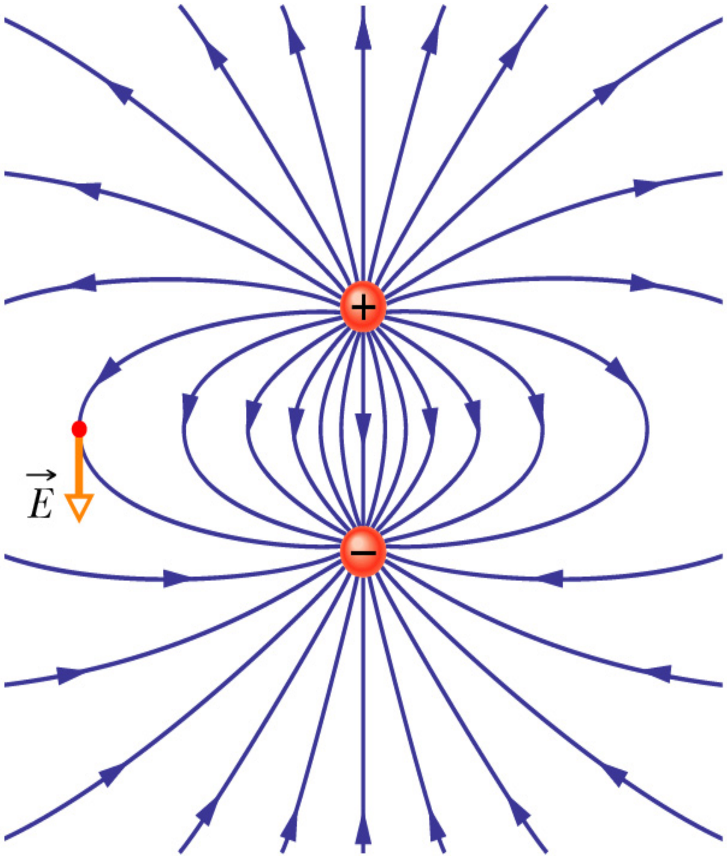
Objetivos

- Comprender y aplicar el concepto de coherencia óptica asociado a la radiación electromagnética.
- Comprender el funcionamiento de interferómetros básicos por división de amplitud y por división del frente de ondas.
- Revisar algunos experimentos fundamentales desarrollados en el s. XX para comprender el concepto de coherencia espacio-temporal de la luz.

La luz como radiación electromagnética

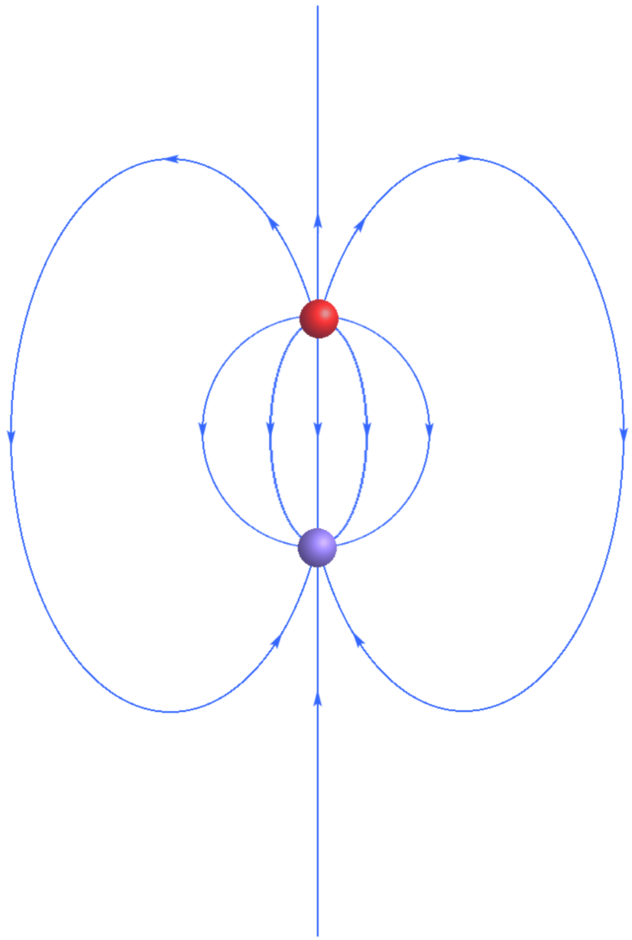
- Naturaleza electromagnética.
- Caracterización.
- Parámetros espacio-temporales.
- Propiedades de coherencia de señales ópticas espacio-temporales.

Líneas del campo eléctrico generadas por la presencia de dos cargas con signo opuesto



Dipolo eléctrico

El dipolo magnético



- Las líneas circulan de Norte a Sur
- Las líneas de campo indican la dirección de la fuerza que se ejercería por un monopolo magnético en el Norte.

La luz es un campo electromagnético

- **Fuentes de luz que emiten en la banda óptica visible del espectro electromagnético**

Rango de longitudes de onda de la radiación en la banda óptica visible:

$$400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm}$$

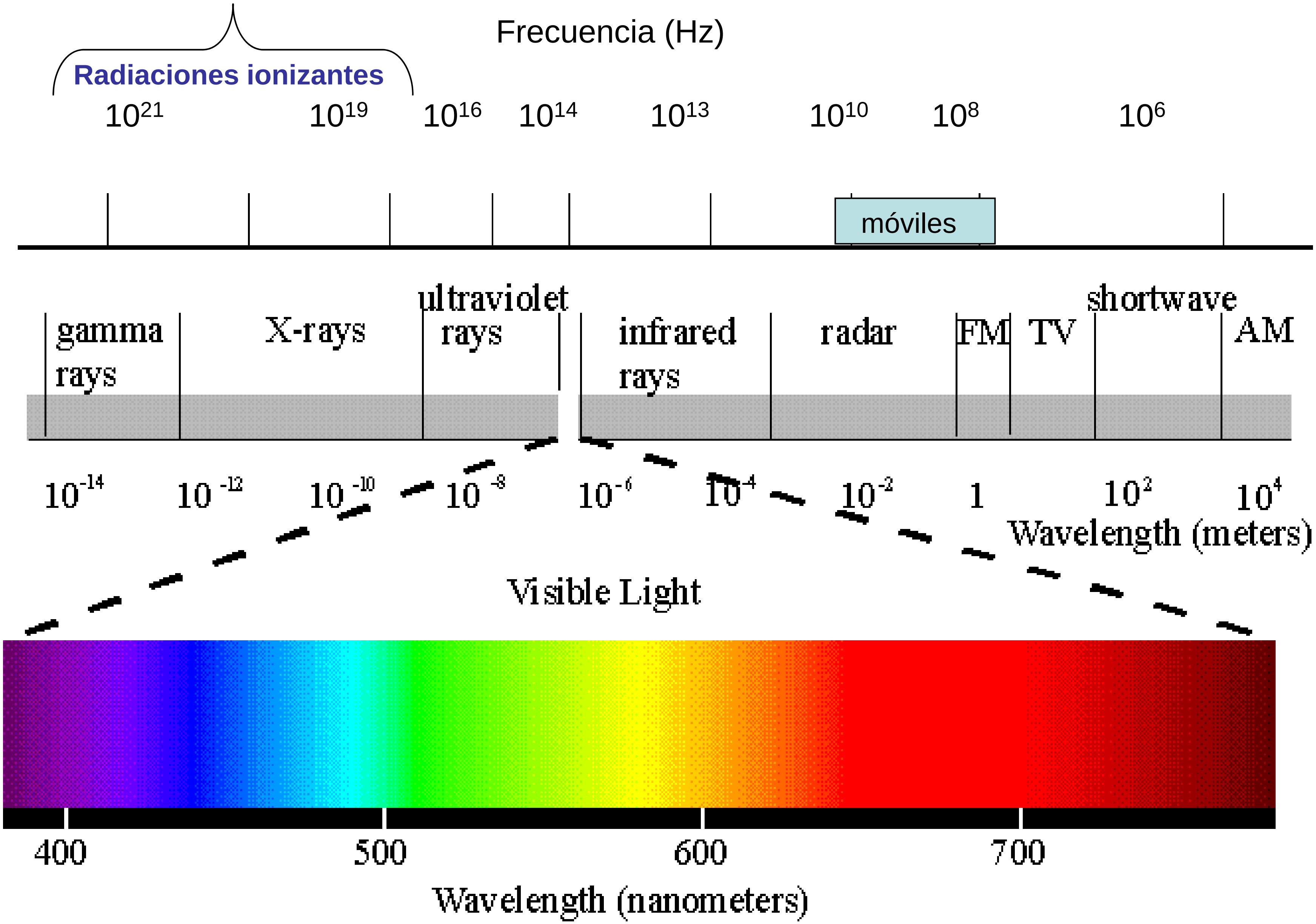
Además: $$\Delta V \ll \lambda^3; \quad r_a^3 \ll \Delta V \ll \lambda^3; \quad \text{Asi: } r_a^3 \ll \Delta V \ll 0.064 \ \mu m^3$$

r_a: *dimensiones de un átomo.* ***ΔV***:*volumen infinitesimal definido en el medio.*

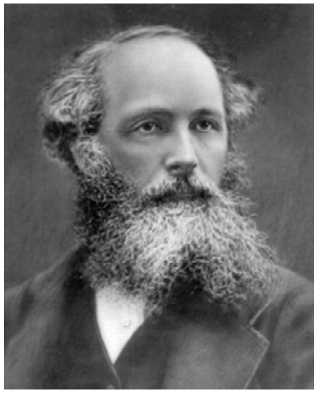
•**Consecuencias:**

Tenemos que tratar a la luz como un campo vectorial, compuesto de campo eléctrico y campo magnético.

Necesitamos unas ecuaciones básicas para describir la propagación de la luz.


Frecuencia (Hz)
Radiaciones ionizantes
10^21
10^19
10^16
10^14
10^13
10^10
10^8
10^6
móviles
gamma rays
X-rays
ultraviolet rays
infrared rays
radar
FM
TV
shortwave
AM
10^-14
10^-12
10^-10
10^-8
10^-6
10^-4
10^-2
1
10^2
10^4
Wavelength (meters)
Visible Light
400
500
600
700
Wavelength (nanometers)

Ecuaciones de Maxwell



James Clerk Maxwell

- Para estudiar la propagación de la luz tenemos que estudiar las condiciones en las que se propaga el campo electromagnético clásico: campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ y campo magnético $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$ macroscópicos.
- Éstos son funciones de posición: $\mathbf{r} \equiv (x,y,z)$
- y tiempo *t*, respectivamente.
- Cumplen las ecuaciones de Maxwell macroscópicas:

$$D = E + 4\pi P; \qquad B = H + 4\pi M$$

$$P = \chi E; \quad M = \eta H$$

$$\tilde{\varepsilon} = 1 + 4\pi\tilde{\chi}; \quad \tilde{\mu} = 1 + 4\pi\tilde{\eta}$$

$$\mathbf{j}_{libre} = \sigma \mathbf{E}$$

- Supondremos ausencia de cargas libres y medio no magnetizado

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \qquad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0; \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Aproximación escalar: concepto de potencial óptico

- Ecuación vectorial de ondas para el campo eléctrico (en aproximación monocromática):

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} + k^2 \boldsymbol{E} = -k^2 \left[n^2(\boldsymbol{r}) - 1 \right] \boldsymbol{E} + \nabla [\nabla \cdot \boldsymbol{E}]$$

$$4\pi\chi(\boldsymbol{r}) = n^2(\boldsymbol{r}) - 1$$

- De forma análoga se obtiene la ec. para el campo magnético.
- La ec. anterior pone de manifiesto que el cambio de polarización de ***E*** como resultado de la interacción de la onda con el medio se debe al término: $\nabla [\nabla \cdot \boldsymbol{E}]$
- Cuando la escala de variación de *n(**r**)* es mucho mayor que la longitud de onda de la radiación: $\lambda = 2\pi / k$ ese término se puede despreciar:
- La despolarización del vector eléctrico es despreciable.
- La ec. de ondas es separable para cada componente cartesiana del campo:

$$\nabla^2 U(\boldsymbol{r}) + k^2 U(\boldsymbol{r}) = F(\boldsymbol{r}) U(\boldsymbol{r})$$

$$F(\boldsymbol{r}) = -k^2 \left[n^2(\boldsymbol{r}) - 1 \right]$$

: Potencial óptico

Señal espacio-temporal

- Definimos:

$$U = U\left(P, t\right)$$

- Supondremos que el comportamiento espacio-temporal de la señal puede representarse como producto de dos funciones de variables separadas:

$$U = U_0\left(P\right) f\left(t\right)$$

- La parte temporal de la señal cumple:

$$0 \leq \int_{-\infty}^{+\infty} \left| f(t) \right|^2 dt < +\infty$$

- Decimos que la señal temporal es medible.

Ejemplos de señales espacio-temporales

- 1.- Una señal luminosa definida en la región visible del espectro electromagnético (400-700 nm) y procesada por el ojo humano.

  Para λ del orden 700 nm la frecuencia es: 430 terahercios.

  Para λ del orden de 400 nm la frecuencia es: 750 terahercios.
- 2.- Una señal radar generada en frecuencias que corresponden a longitudes de onda entre 10-4 cm.(micro ondas) y 1 m. (ondas radio).
- 3.- Señal óptica utilizada en comunicaciones por fibra óptica y generada en frecuencias asociadas al infrarrojo próximo y medio (1mm-10mm).
- 4.- Señales escalares que también pueden ser tratadas como señales temporales: la voz humana. Esta señal se genera por las vibraciones mecánicas originadas por las cuerdas vocales (20 – 14.000 Hz).
  Rango típico: 300 – 4.000 Hz.
- 5.- Utilizando un transductor (o conversor de señal) una señal acústica se puede convertir en otra dependiente del tiempo, por ejemplo en una corriente eléctrica variable, $I(t)$, o en una señal de voltaje variable, $V(t)$.
- 6.- El mismo tratamiento se puede realizar para otras cantidades físicas como la temperatura, el viento y la intensidad luminosa.
- 7.- Un ejemplo de señal espacio-temporal en cuatro dimensiones, lo constituye el cine holográfico.

El concepto de coherencia temporal

- Representación analítica de *U(P,t)*

$$U(P,t) = a(P,t)\exp\left(\phi(t) - i\overline{\omega}t\right)$$

Señal cuasi-monocromática

- *a(P,t)* es una función que fluctúa poco en un intervalo temporal Δt. Tal que: $\Delta t \ll 2\pi/\Delta\omega$
- Podemos definir una correlación temporal entre *a(P,t)* y *a(P, t+*Δ*t)*.
- También se definirán propiedades de correlación a través del espectro de frecuencias de U.

Correlación temporal

- Los campos ópticos son altamente fluctuantes. La medida instantánea de la intensidad asociada no es realizable.
- Medimos un valor temporal promedio, en un intervalo de tiempo:

$$-T \leq t < T; \quad T >> \frac{1}{\Delta\omega}$$

Definimos:

$$\langle f(t) \rangle = \underset{T \to +\infty}{Lim} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(t) dt$$

Las fuentes de luz emiten un espectro de radiación: Representación del espectro de la señal

- Supongamos una señal temporal *z(t)* continua e integrable en todo el dominio temporal. Definimos:

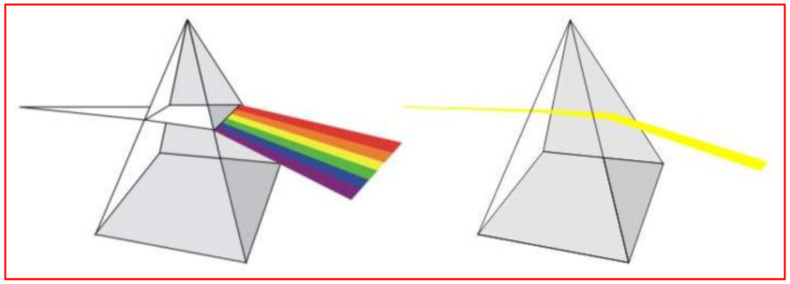
$$z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{z}(\nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu$$

- Donde:

$$\begin{aligned} \hat{z}(\nu) &= \hat{u}(\nu); \quad \nu \geq 0 \\ &= 0; \quad \nu < 0 \end{aligned}$$

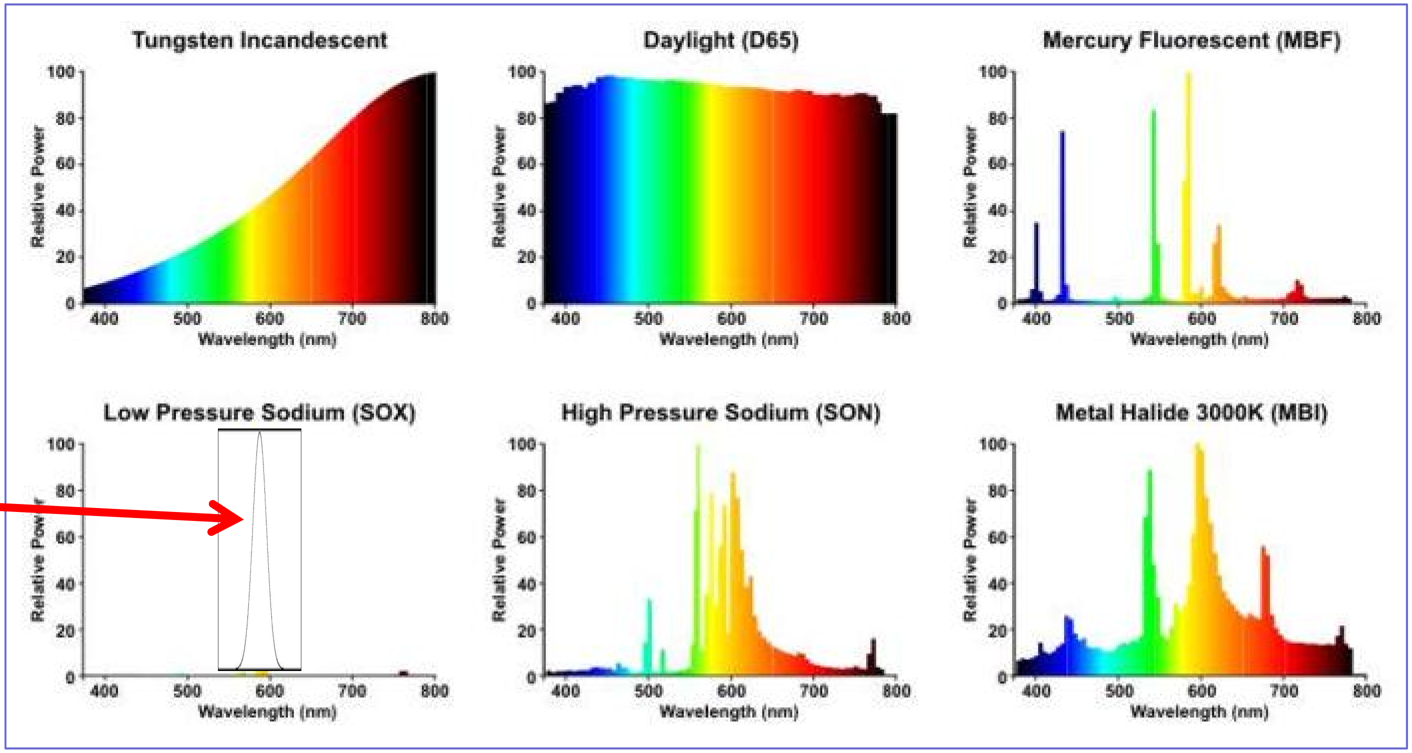
ν: es la frecuencia de emisión asociada al espectro de la fuente.

Ejemplos de espectros

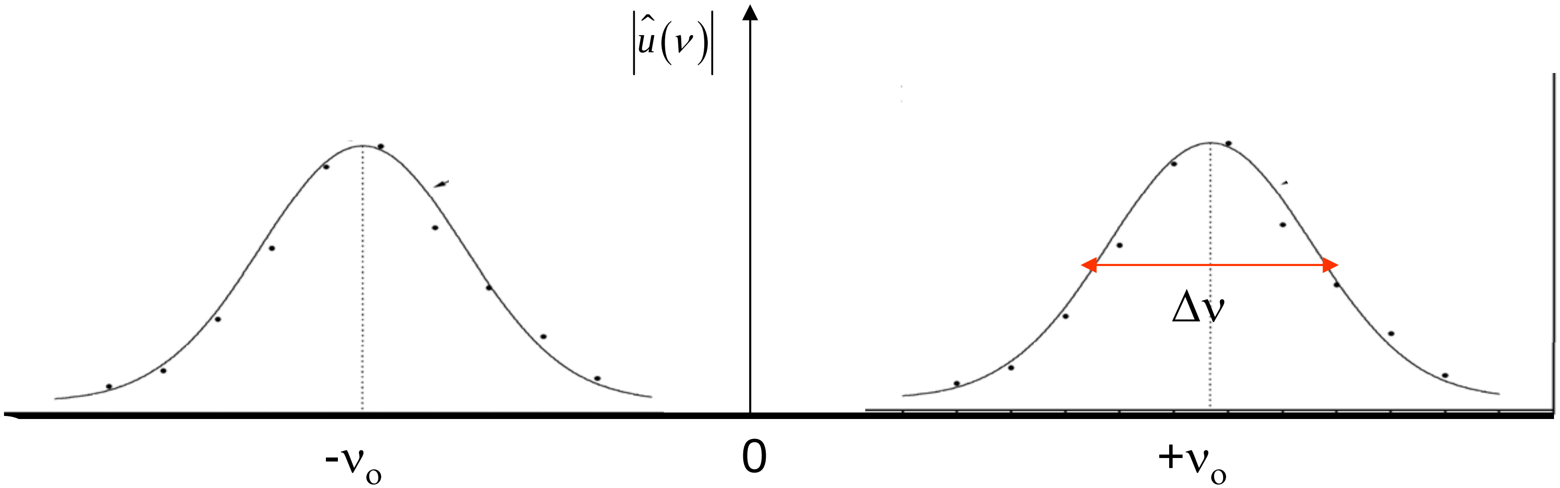


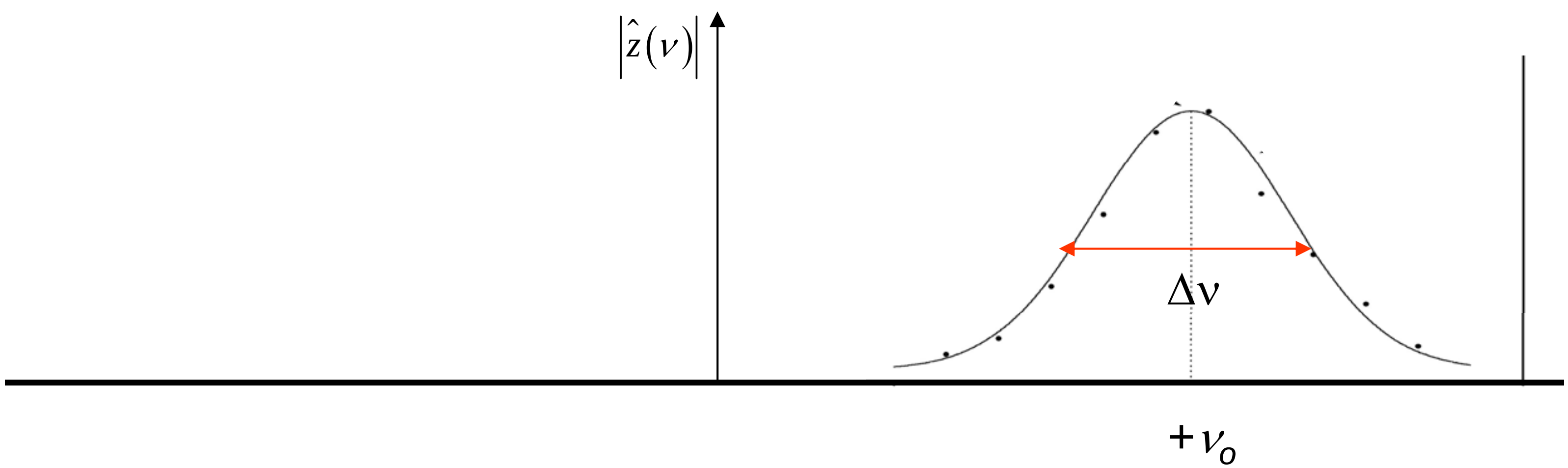
La luz blanca tiene un espectro contínuo. La luz casi monocromático tiene una sola línea en el espectro.

El perfil de línea se ajusta a una función gaussiana



Representación gráfica del espectro de una señal cuasi-monocromática





Espectro de la señal analítica asociada.

Un caso particular ideal: Señal estrictamente monocromática

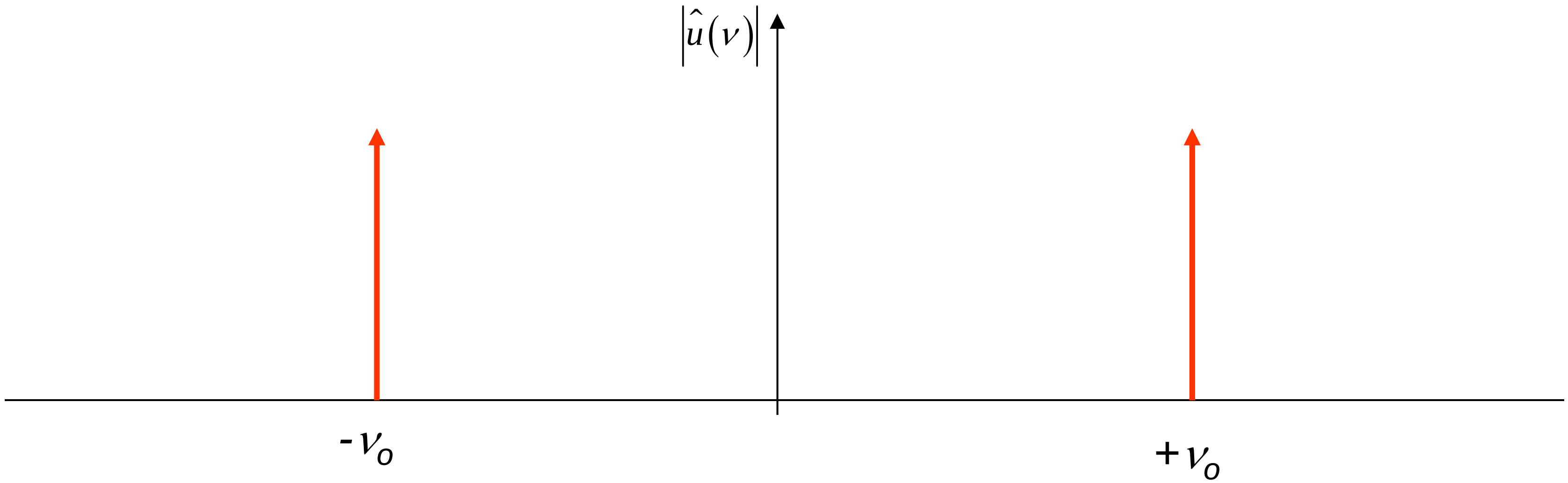
$$U(t) = 2\,\mathrm{Re}\left(a\exp\left(-2\pi i\nu_0 t\right)\right)$$
$$= a_0\cos\left(\varphi_0 - 2\pi\nu_0 t\right)$$

Donde a_o y ϕ_o son valores constantes.

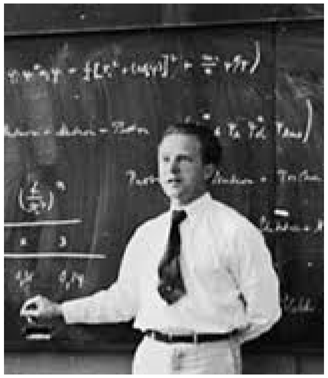
• En este caso el espectro normalizado de la señal es:

$$\tilde{u}(\nu) = a_0\left[\delta(\nu-\nu_0)+\delta(\nu+\nu_0)\right]$$

Espectro de una señal idealmente monocromática



Principio de incertidumbre de Heisenberg



Werner Heisenberg

- Una señal temporal *f(t)* tiene una <u>varianza</u> en el dominio *t*:

$$\sigma^2(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |t|^2 \left| f(t) \right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| f(t) \right|^2}$$

- Y otra varianza en el dominio de frecuencias o dominio espectral:

$$\sigma^2(\omega) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |\omega|^2 \left| F(\omega) \right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| F(\omega) \right|^2}$$

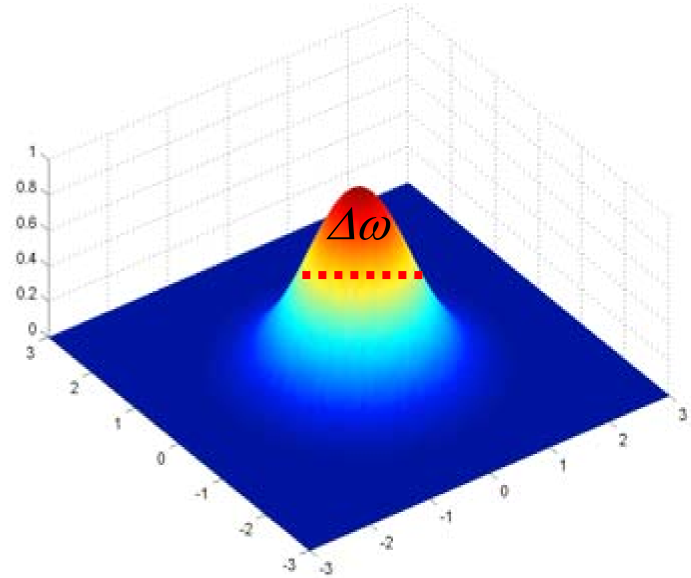
- <u>El principio de incertidumbre de Heisenberg implica</u>:

$$\sigma^2(t)\sigma^2(\omega) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |t|^2 \left| f(t) \right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| f(t) \right|^2} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |\omega|^2 \left| F(\omega) \right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| F(\omega) \right|^2} \geq \frac{1}{4}$$

N.A. Ahuja, N.K. Bose, “Spatiotemporal Bandwidth product of *m*-dimensional signals”, IEEE Signal Proc. Lett., **12**(2), 123 (2005)

La señal temporal óptima para que se cumpla la igualdad en el principio de incertidumbre es una señal Gaussiana:

$$f(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2_0}}$$



Cuya transformada de Fourier es:

$$F(\omega) = \sigma_0 \left(exp - \frac{\omega^2}{2\sigma_0^2} \right)$$

Se tiene que cumplir que *f(t)* sea derivable y con derivada primera finita.

NOTA: En algunos libros de texto se puede encontrar 2TW, en este caso TBP se expresa en Hercios. $\sigma^2(t)\sigma^2(\omega) \geq \frac{1}{4\pi}$

Tiempo de coherencia

- Ejemplos:
- Fuente térmica: $\Delta\omega$ del orden de 10^8 s^{-1}.

  Tiempo de coherencia: Δt del orden de 10^{-8} s.

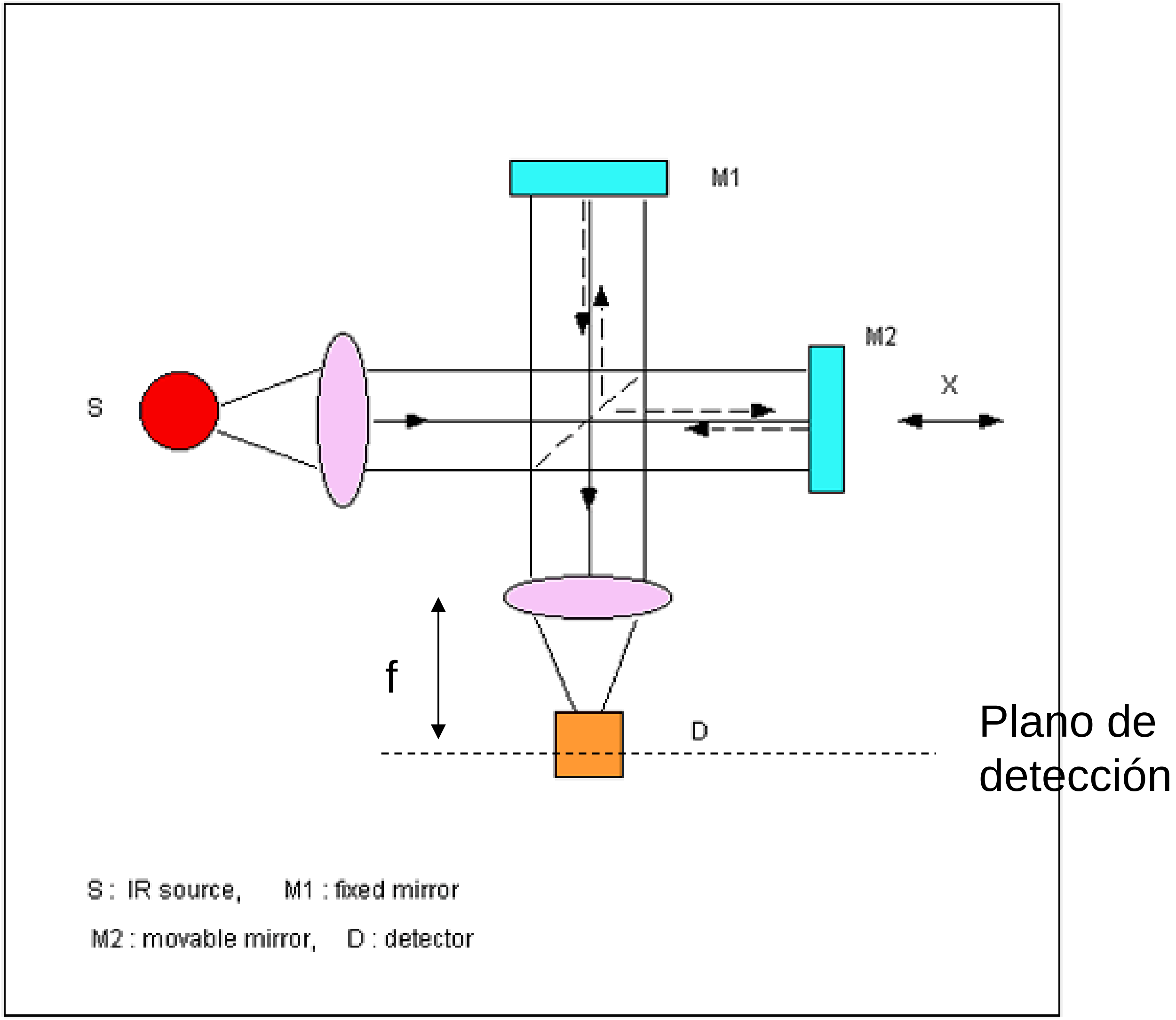
  Longitud de coherencia del orden de 19 m.

- Láser estabilizado: $\Delta\omega$ del orden de 10^4 s^{-1}.

  Tiempo de coherencia: Δt del orden de 10^{-4} s.

  Longitud de coherencia del orden de 190 km.

Interferómetro de Michelson



Detección de la intensidad

El detector detecta el promedio temporal de la intensidad instantánea:

$$I_E\left(\bar{r},t\right)=\left|\bar{E}\left(\bar{r},t\right)\right|^2$$

Representamos la distribución de la intensidad en el plano de detección del interferómetro:

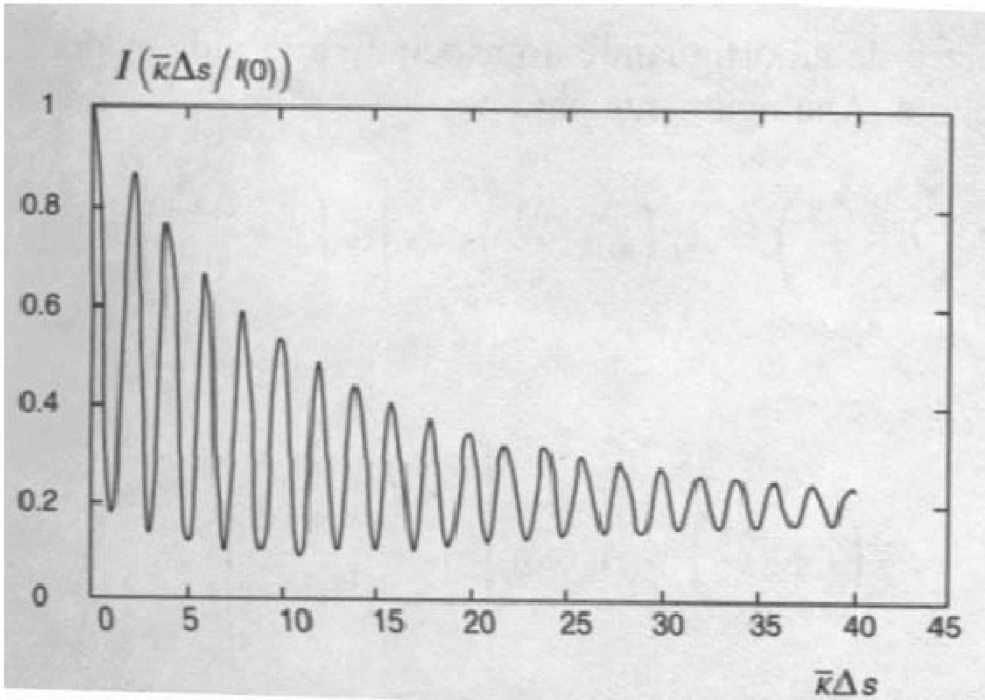
$$\bar{I}=\left\langle I\left(\bar{r},t\right)\right\rangle=\int_{-\infty}^{+\infty} I\left(\bar{r},t\right)dt=\left\langle\left|U_1\left(\bar{r},t\right)+U_2\left(\bar{r},t\right)\right|^2\right\rangle$$

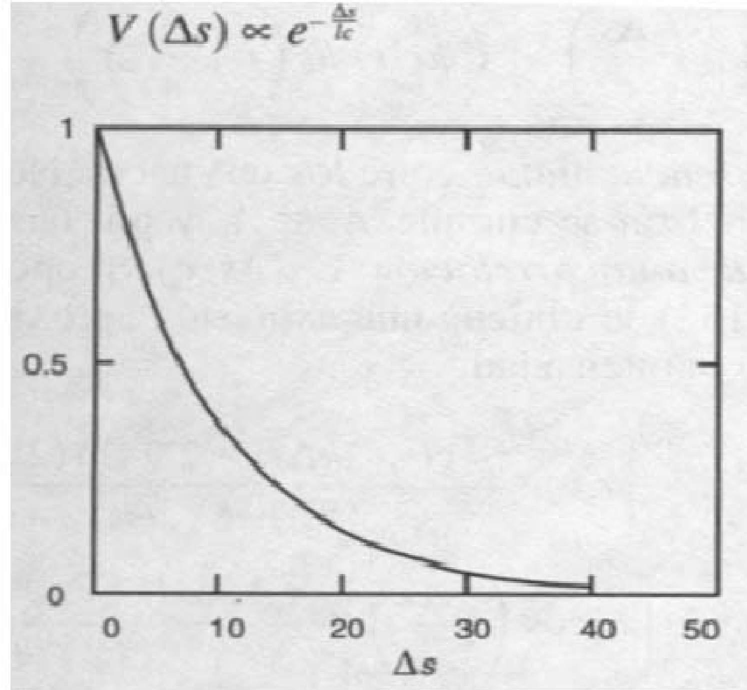
$$=\left\langle\left|U_1\left(\bar{r},t\right)\right|^2\right\rangle+\left\langle\left|U_2\left(\bar{r},t\right)\right|^2\right\rangle+2\left\langle Re\,U_1^*U_2\right\rangle$$

Donde, tenemos la función de coherencia mútua, para el caso del interferómetro de Michelson:

$$\Gamma_{11}\left(\tau\right)=\left\langle U_1^*U_1\right\rangle$$

INTERFEROGRAMA **VISIBILIDAD**





CONDICIONES DE OBSERVACIÓN: $2d \leq c\tau_c \leq l_c$

VISIBIIDAD: $V(\Delta s) \propto \exp\left(-\Delta s / l_c\right)$

En el experimento: l_c = 8 mm. ; $\tau_c = 3x10^{-11}s = 3x10^{-2}$ ns

Donde: $\tau_c \Delta\nu \leq 1$ **; Δν: anchura media del espectro**

Clasificación de las fuentes de radiación

Fuentes luminosas:

Campo térmico: Distribución gaussiana del espectro asociado al interferograma

1.- Fuentes naturales de radiación óptica

2.- Descargas eléctricas en gas a baja presión

3.- Fenómenos de fluorescencia

Fluctuaciones originadas por emisión espontánea de la radiación de los átomos que generan el campo.

4.- Láseres : Fluctuaciones en la fase de la señal (estabilizado)

→ **Monomodo**: Campo sinusoidal

5.- Descargas en gas a alta presión → Distribución lorentziana